

УДК 621.3:623.4:629.07–044.4

д-р філософії Фесенко О. Д. ORCID: 0000-0002-2114-5327 (ВІТІ ім. Героїв Крут)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕВОЛЮЦІЇ ЛЮДИНО-МАШИННОГО ІНТЕРФЕЙСУ НА ОСНОВІ ЕНТРОПІЇ, ДОВІРИ ТА ЦИФРОВИХ ДВІЙНИКІВ

У статті розглядається формалізація людино-машинного інтерфейсу як динамічної системи, яка динамічно переходить від стану емпіричної неузгодженості до більш впорядкованої та передбачуваної взаємодії в контурі «людина – робот – середовище». Запропоновано математичну модель яка через інтегральні характеристики ентропії, довіри, середньої зв'язності та ваги участі оператора описує процес взаємодії людино-машинного інтерфейсу. Такий підхід дозволяє перейти від інтуїтивного опису до формалізованого аналізу еволюції системи. Модель побудована у вигляді операторної структури, що поєднує проєкцію фізичного стану у простір цифрових двійників, генерацію та оцінювання сценаріїв, формування структури взаємодії та вибір керуючих дій з урахуванням обмежень безпеки. Особливу увагу приділено ролі невизначеностей середовища, які визначають рівень ентропії та істотно впливають на швидкість і характер переходу системи до узгодженого режиму.

Показано, що за умов, коли система накопичує інформацію швидше, ніж зростає рівень випадкових збурень, відбувається поступове зменшення ентропії та посилення зв'язків між її компонентами. Це природно призводить до зростання довіри між людиною та машиною. У свою чергу, довіра визначає, наскільки система може брати на себе частину функцій керування, зменшуючи навантаження на оператора. Для узагальненої оцінки ефективності додатково введено інтегральний індекс, що дозволяє кількісно порівнювати різні режими функціонування.

Практичну перевірку моделі виконано у середовищі Gazebo із використанням ансамблевого прогнозування та адаптивної матриці взаємодії. Отримані результати співпадають з теоретичними висновками та демонструють стабільну динаміку основних характеристик системи. Зокрема, у порівнянні з базовими підходами спостерігається зменшення ентропії на 25–40%, зростання довіри більше ніж дворазове, а також суттєве зниження навантаження на оператора.

Таким чином, отримані результати підтверджують, що перехід до структурованої взаємодії відбувається насамперед у просторі цифрових двійників і забезпечується замкненим контуром прогнозування, узгодження та прийняття рішень. Запропонований підхід може бути використаний як основа для розробки адаптивних людино-машинних інтерфейсів у робототехнічних системах, що працюють в умовах невизначеності.

Ключові слова: автономні платформи, адаптивне управління, людино-машинний інтерфейс, цифрові двійники, кібернетичний контур прогнозування, довіра людина – машина, ентропія прогнозу, роботизовані системи, miltech, Gazebo.

O. Fesenko. A mathematical model of the evolution of the human–machine interface based on entropy, trust, and digital twins.

The article considers the proposed formalization of the human–machine interface as a dynamic system that dynamically transitions from a state of empirical inconsistency to a more orderly and predictable interaction in the “human – robot – environment” loop. A mathematical model is proposed that describes the process of human-machine interface interaction through the integral characteristics of entropy, trust, average connectivity and operator participation weight. This approach allows us to move from an intuitive description to a formalized analysis of the evolution of the system. The model is built in the form of an operator structure that combines the projection of the physical state into the space of digital twins, the generation and evaluation of scenarios, the formation of the interaction structure and the selection of control actions taking into account safety constraints. Special attention is paid to the role of environmental uncertainties that determine the level of entropy and significantly affect the speed and nature of the system's transition to a consistent regime.

It is shown that under conditions when the system accumulates information faster than the level of random disturbances increases, there is a gradual decrease in entropy and a strengthening of connections between its components. This naturally leads to an increase in trust between man and machine. In turn, trust determines to what extent the system can take on part of the control functions, reducing the load on the operator. For a generalized assessment of efficiency, an integral index is additionally introduced, which allows quantitatively comparing different modes of operation.

Practical verification of the model was performed in the Gazebo environment using ensemble forecasting and an adaptive interaction matrix. The results obtained coincide with the theoretical conclusions and demonstrate stable dynamics of the main characteristics of the system. In particular, compared with the basic approaches, a decrease in

entropy by 25–40 %, an increase in trust by more than two times, as well as a significant decrease in the load on the operator are observed.

Thus, the obtained results confirm that the transition to structured interaction occurs primarily in the space of digital twins and is provided by a closed loop of prediction, coordination and decision-making. The proposed approach can be used as a basis for the development of adaptive human-machine interfaces in robotic systems operating under uncertainty.

Keywords: autonomous platforms, adaptive control, human-machine interface, digital twins, cybernetic prediction loop, human – machine trust, prediction entropy, environment, simulator, Gazebo, robotic systems, miltech.

1. Постановка проблеми

Сучасний етап розвитку робототехнічних систем характеризується переходом від простих схем дистанційного керування до складних людино-машинних інтерфейсів, у яких людина-робот утворюють єдиний функціональний контур взаємодії [1]. У таких системах ефективність визначається не лише точністю виконання команд, але й ступенем узгодженості між когнітивними діями оператора, станом технічної платформи та динамікою зовнішнього середовища. Саме тому людино-машинний інтерфейс доцільно розглядати не як статичний канал зв'язку, а як динамічну систему, що змінюється в процесі експлуатації, навчання та адаптації. На початкових етапах взаємодії людини-робота така система часто має ознаки неузгодженості, а саме сигнали керування є нестабільними, реакції технічної платформи не завжди відповідають очікуванням оператора, а рішення формуються під впливом великої кількості емпіричних й частково випадкових чинників. Умовно такий стан можна визначити як емпіричний хаос людино-машинної взаємодії. Для нього характерні підвищена ентропія, слабка зв'язність між елементами системи, нестійкість довіри та висока залежність від людського фактору. У міру накопичення досвіду, адаптації алгоритмів і формування стійких зворотних зв'язків система переходить до нового рівня структурованої взаємодії, де поведінка людини-робота стає більш узгодженою, передбачуваною та математично описуваною.

Зазначена проблема актуальна у військовій робототехніці, автономних транспортних системах, дистанційних операціях і тренажерних комплексах VR, де помилка у взаємодії людини та машини може спричинити не лише зниження ефективності, а також привести до критичних наслідків. У зв'язку з цим виникає потреба у формуванні математичної моделі, здатної описати еволюцію людино-машинного інтерфейсу від стану емпіричної неузгодженості до стану структурованої, довірчо-стабільної взаємодії. Така модель має не лише теоретичне значення, але й може стати основою проектування адаптивних інтерфейсів, побудови нових підходів до керування системами типу «людина-робот».

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сучасні дослідження у сфері взаємодії людини і роботів в форматі людино-машинних інтерфейсів (ЛМІ) охоплюють широкий спектр підходів, зокрема системи спільного керування, адаптивну автономність, інтерфейси безпеки довіри та використання ШІ для підтримки прийняття рішень. Значна увага приділяється розподілу ролей між оператором і машиною для оптимізації когнітивного навантаження, а також формуванню довіри до автоматизованих систем [2; 3].

Важливим кроком у напрямі інтеграції цифрових двійників у людино-машинну взаємодію є робота Kuras та співавтори [4], у якій людино центричний цифровий двійник розглядається як засіб підтримки роботи людини й машини в форматі «Індустріальної революції 5.0». Автори узагальнюють технології та методи, що забезпечують побудову таких рішень, і підкреслюють необхідність переходу від суто виробничо-орієнтованих цифрових моделей до систем, у центрі яких перебуває людина. Але це дослідження має переважно оглядовий характер і не пропонує формалізації динамічної моделі, яка б описувала, як саме у часі еволюціонують узгодженість, невизначеність, довіра та розподіл ролей між людиною і машиною.

Не менш цікавим є дослідження довіри як центральної змінної ЛМІ. У систематичному огляді Firmino de Souza та співавторів [5] проаналізовано 34 публікації та показано, що довіра і надійність визначаються базовими передумовами безпеки й ефективної взаємодії людини з роботизованими системами. Разом із тим автори виявили серйозну методологічну проблему, що майже 30% розглянутих робіт не містять чіткого визначення довіри, що ускладнює порівняння результатів і формування узгодженого теоретичного підходу. Отже, навіть у сучасній літературі довіра часто розглядається як важливий, але концептуально неоднорідний параметр, який рідко включається до єдиної математичної схеми еволюції ЛМІ.

Питання часової динаміки довіри розкрито у праці Roesler та співавтори [6], де показано, що взаємодія з роботом супроводжується змінами ставлення до довіри залежно від досвіду, зокрема довіра суттєво знижується після збоїв або відмов. Водночас автори встановили, що зміни у ставленні до робота не обов'язково прямо переходять у поведінкову адаптацію оператора. Цей результат є важливим, оскільки підтверджує, що довіра не може розглядатися як ізольований психологічний елемент. Довіра має аналізуватись спільно зі структурою взаємодії, прогнозуванням та реальним механізмом делегування функцій. Недоліком зазначеної роботи є те, що вона зосереджена насамперед на експериментально-поведінковому аспекті і не поєднує динаміку довіри із цифровими двійниками, оцінкою ентропії, а виступає в ролі формального критерію переходу системи до структурованого режиму.

У роботі Chauhan та інші [7], представлено варіант подальшого розвитку напряму кількісного аналізу довіри, де для прогнозування рівня довіри до робота використано моделі машинного навчання та психофізіологічні показники, зібрані у VR-сценарії спільного виконання будівельного завдання. Автори показали, що електродермальна активність та температура шкіри можуть бути значущими предикторами довіри. Значення цього дослідження полягає у підтвердженні того, що довіра піддається не лише якісному опису, а й кількісному прогнозуванню в процесі взаємодії. Проте робота має обмеження за рахунок того, що довіра представлена як окрема цільова змінна прогнозування, а не елемент цілісної моделі самоорганізації ЛМІ, в якій одночасно враховуються невизначеність середовища, структурна зв'язність і зміна ролі оператора.

Найближчою до тематики даного дослідження є робота Li та ін. [8], у якій запропоновано структура взаємної довіри керування цифровими двійниками для взаємовідношень людина-робот. Сильною стороною роботи є інтеграція цифрових двійників людини та робота в єдину архітектуру взаємної довіри, що дозволяє перейти від однобічного трактування довіри людини до машини в напрямку більш збалансованого підходу. Однак в цій праці також основним акцентом є архітектура довіри системи та прикладні механізми взаємодії, тоді як формальна модель еволюції інтерфейсу від стану неузгодженості до структурованої взаємодії через інтегральні змінні невизначеності, довіри, зв'язності та участі оператора залишається нерозробленою.

Таким чином, наукова проблема полягає у відсутності узагальненої математичної моделі, що описує еволюцію ЛМІ як динамічний процес переходу від високої невизначеності та слабкої узгодженості до структурованої, довірчо-стабільної взаємодії, причому з одночасним урахуванням ентропії, цифрових двійників і адаптивного перерозподілу ролей між людиною та машиною.

Мета дослідження полягає у розробці математичної моделі еволюції людино-машинного інтерфейсу на основі ентропії, довіри та цифрових двійників.

3. Виклад основного матеріалу дослідження

3.1. Формалізація граничних станів. Для побудови математичної моделі еволюції ЛМІ насамперед необхідно формалізувати два граничні стани системи, емпіричний хаос та структуровану взаємодію. У межах даного дослідження вони розглядаються як два якісно різні режими функціонування контуру «людина-робот», між якими система може переходити в процесі адаптації, навчання та накопичення досвіду.

Під емпіричним хаосом розуміється початковий або деградований стан людино-машинної взаємодії, у якому рішення формуються переважно на основі часткових, неповних або слабо узгоджених емпіричних даних. Для такого стану характерні висока невизначеність, нестабільність реакцій, слабка передбачуваність поведінки системи та значна залежність від випадкових зовнішніх і внутрішніх факторів. У формальному сенсі стан емпіричного хаосу можна пов'язати з підвищеним рівнем ентропії керування, низьким ступенем довіри до автоматизованих рекомендацій, слабкою зв'язністю між підсистемами та високою вагою безпосереднього втручання людини.

Позначимо, ентропію поточного стану взаємодії через $H(t)$, інтегральний показник довіри через $\tau(t)$, середню узгодженість або зв'язність між функціональними представленнями людини й машини як $\bar{w}(t)$, а вагу участі оператора в контурі керування як $\lambda_h(t)$, то емпіричний хаос можна якісно описати умовами, $H(t) \rightarrow \max$; $\tau(t) \rightarrow \min$; $\bar{w}(t) \rightarrow \min$; $\lambda_h(t) \rightarrow \max$.

Отже, такий режим характеризується максимальною невизначеністю, мінімальною довірою, слабкою структурованістю та високою залежністю від оператора як єдиного джерела стабілізації. Натомість структурована взаємодія є станом людино-машинного інтерфейсу зі стійким, повторюваним і математично описуваним зв'язком між оператором, технічною системою та допоміжними алгоритмічними модулями такими як: дії оператора та реакції робота узгоджені, цифрові представлення адекватно відтворюють поведінку об'єктів, прогнозування зменшує невизначеність, а функція довіри набуває стабілізуючої ролі в контурі прийняття рішень.

За інтегральними характеристиками H , w , τ , λ_h структурована взаємодія відповідає конфігурації $H(t) \downarrow$, $\tau(t) \uparrow$, $w(t) \uparrow$, $\lambda_h(t) \downarrow$. Спадання ентропії означає зменшення невизначеності та підвищення передбачуваності взаємодії, зростання довіри визначає формування стійкого механізму делегування окремих функцій машині, збільшення зв'язності посилює узгодженість між елементами системи, а зменшення λ_h знижує потребу у постійному втручанні оператора.

Таким чином, розвиток ЛМІ слід інтерпретувати як перехід системи з області високої ентропії та низької узгодженості до області впорядкованої, довірчо-стабільної взаємодії. Принципово, що такий перехід не є миттєвим і не зводиться до одноразового налаштування параметрів, а становить безперервну динаміку самоорганізації, залежну від історії взаємодії, якості прогнозування, точності цифрових двійників, умов середовища та накопиченого досвіду системи. Отже, у проведеному дослідженні ЛМІ розглядається як динамічна система, ключовим предметом аналізу якої є не лише поточний стан, а й вектор подальшого розвитку (рис. 1). Зазначена логіка дає можливість перейти від загального опису ЛМІ до побудови математичної моделі, де хаос і структура постають не абстрактними характеристиками, а формалізованими фазами становлення взаємодії людини та робота

3.2. Простір станів і матриця взаємодії. На відміну від класичних підходів, де людина, машина та середовище розглядаються ізольовано або через спрощені зв'язки, пропонується описувати їх як єдину динамічну систему, структура якої визначається не лише станами компонентів, а також й характером їх взаємодії. Тоді доцільно провести формалізацію граничних станів людино-машинного інтерфейсу як емпіричного хаосу та структурованої взаємодії, з подальшою побудовою математичного опису системи у вигляді простору станів.

Загальний стан системи «людина–робот–середовище» задамо вектором стану $\mathbf{X}(t)$ (1):

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_h(t) \\ x_r(t) \\ x_e(t) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де $x_h(t)$ – описує когнітивно-поведінковий стан оператора такий як рішення, реакції, рівень навантаження, $x_r(t)$ – це технічний стан роботизованої платформи, а саме стан кінематики, сенсорні дані, внутрішні контролери, а $x_e(t)$ є станом зовнішнього середовища враховуючи перешкоди, динаміку об'єктів або інформаційні впливи. Така декомпозиція дозволяє враховувати як внутрішню динаміку підсистем, так і їх взаємний вплив.

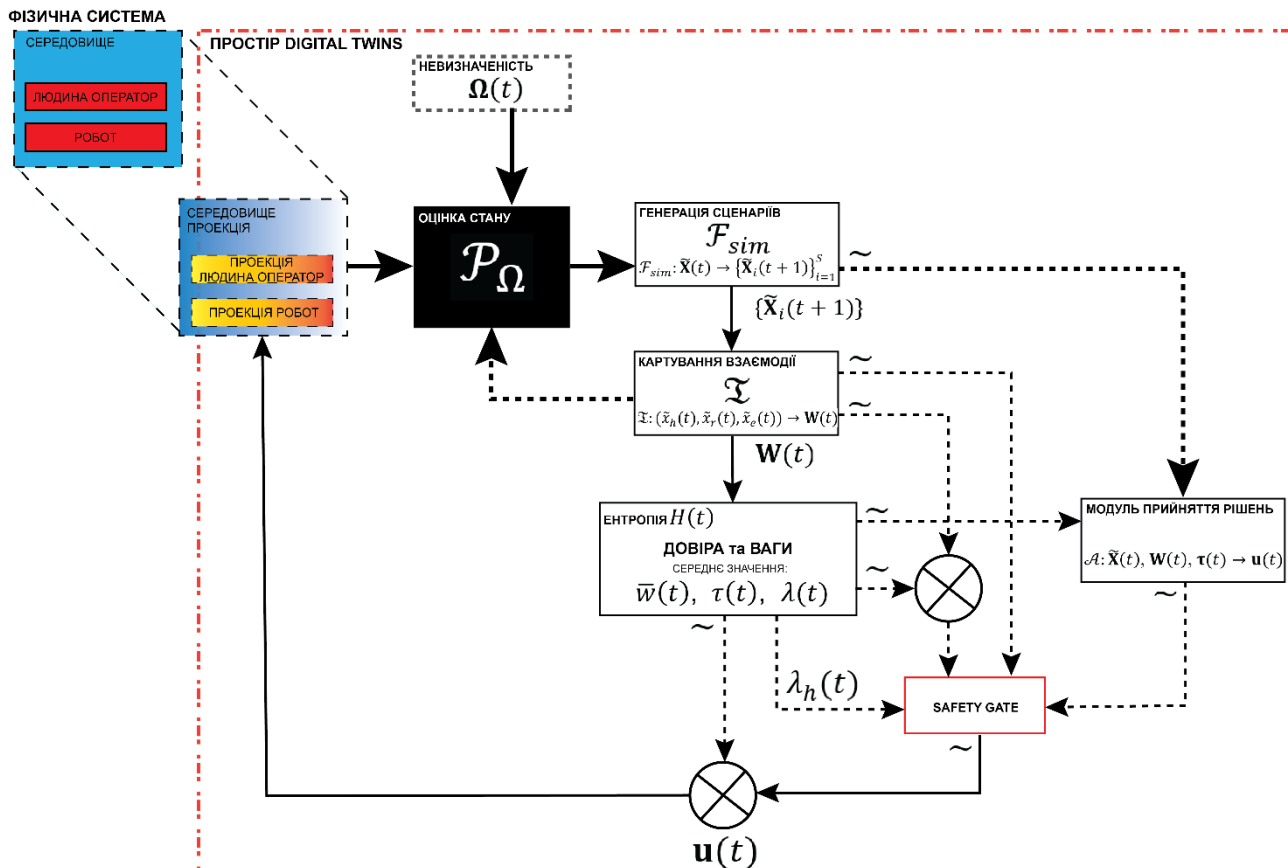


Рис. 1. Блок-схема моделі еволюції людино-машинного інтерфейсу

Ключовим елементом запропонованої моделі є матриця (2) взаємодії, яка відображає інтенсивність, напрям і узгодженість інформаційних та керуючих зв'язків між компонентами системи (2):

$$\mathbf{W}(t) = \begin{bmatrix} 0 & W_{hr}(t) & W_{he}(t) \\ W_{rh}(t) & 0 & W_{re}(t) \\ W_{eh}(t) & W_{er}(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Елементи матриці не є фіксованими, а змінюються у часі залежно від якості взаємодії, точності прогнозів і рівня довіри.

Динаміка системи описується узагальненим рівнянням переходу станів (3):

$$\mathbf{X}(t + 1) = \mathcal{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{\Omega}(t)), \quad (3)$$

де $\mathbf{u}(t)$ – керуючі дії, сформовані оператором або автоматизованими модулями; $\mathbf{\Omega}(t)$ – сукупність невизначеностей, що включає шум сенсорів, затримки, інформаційні атаки та випадкові збурення середовища.

Для забезпечення повноти математичного опису уточнимо природу невизначеності середовища $\Omega(t)$ та визначимо її складові. Формально невизначеність представимо, як вектор, рівняння (4):

$$\Omega(t) = (\omega_s(t), \omega_c(t), \omega_e(t), \omega_a(t)), \quad (4)$$

де $\omega_s(t)$ – сенсорні невизначеності такі як шум вимірювань, похибки IMU, LiDAR, GNSS;
 $\omega_c(t)$ – комунікаційні збурення, а саме затримки, втрати пакетів, джамінг;
 $\omega_e(t)$ – динамічні зміни середовища. Наприклад рух перешкод або зміна умов середовища;
 $\omega_a(t)$ – активні впливи що спричиняють спотворення. Наприклад спуфінг, інформаційні атаки, дезінформація.

Кожна з цих складових може бути описана як стохастичний процес із відповідними розподілами, що дозволяє формалізувати рівень невизначеності в системі. Вплив $\Omega(t)$ проявляється у двох ключових аспектах. По-перше, він безпосередньо впливає на динаміку стану системи (3). По-друге, невизначеність розкриває форму розподілу сценаріїв $p_i(t)$, що використовується для обчислення ентропії $H(t)$. Таким чином, саме $\Omega(t)$ є *первинним джерелом* ентропії у моделі.

З точки зору еволюції системи, роль $\Omega(t)$ є двоякою. По-перше вона ускладнює процес узгодження та може спричиняти флуктуації у значеннях $H(t)$, $\bar{w}(t)$ та $\tau(t)$. Але наявність невизначеності також стимулює розвиток прогнозного контуру, що дозволяє системі навчатися, адаптуватися та переходити до більш структурованого стану.

Для подальшого аналізу доцільно ввести рівень інтенсивності невизначеності (5):

$$\|\Omega(t)\| = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_e + \sigma_a, \quad (5)$$

який узагальнює вплив окремих компонентів. У залежності від цього, можна виділити різні режими функціонування системи. Прийmemo $L1$, як рівень з низькою невизначеністю, $L2$ рівень середньої $\Omega(t)$ і $L3$ коли $\Omega(t)$ висока. Таким чином, $\Omega(t)$ виступає ключовим фактором, що визначає складність середовища, рівень ентропії та швидкість переходу системи від емпіричного хаосу до структурованої взаємодії.

Важливо зазначити, що динаміка самої матриці зв'язків відіграє особливу роль, а саме відображає процес адаптації та навчання системи. У загальному вигляді вона може бути представлена як (6):

$$\mathbf{W}(t + 1) = \mathbf{W}(t) + \eta \cdot \Delta \mathbf{W}(t), \quad (6)$$

де η – коефіцієнт адаптації, а $\Delta \mathbf{W}(t)$ визначається мірою узгодженості між відповідними підсистемами. Інтуїтивно це означає, що зв'язки між компонентами посилюються у разі їх узгодженої поведінки та послаблюються у випадку розбіжностей. Таким чином, матриця $\mathbf{W}(t)$ еволюціонує разом із системою, відображаючи перехід від випадкових і слабких зв'язків до стійкої структурованої конфігурації. У межах такого представлення інтегральні характеристики системи, зокрема середня зв'язність $\bar{w}(t)$, довіра $\tau(t)$ та ентропія $H(t)$, можуть бути інтерпретовані як функції від станів і структури взаємодії. Зокрема, $\bar{w}(t)$ відображає загальний рівень узгодженості між компонентами системи, тоді як $\tau(t)$ характеризує ступінь довіри між людиною та машиною, що формується на основі якості взаємодії та рівня невизначеності.

Таким чином, запропоноване матричне представлення дозволяє розглядати ЛМІ як структурно-динамічну систему, у якій стан і взаємозв'язки еволюціонують спільно. У цьому контексті емпіричний хаос відповідає режиму, в якому матриця $\mathbf{W}(t)$ є слабо структурованою та близькою до випадкової, тоді як структурована взаємодія характеризується її збіжністю до стабільної конфігурації з вираженими та узгодженими зв'язками.

3.3. Інтегральні змінні моделі. Запропонований підхід створює основу для введення інтегральних характеристик, які узагальнюють стан взаємодії та дозволяють описати її еволюцію у компактній формі та побудувати динамічну модель переходу від хаосу до структури. На відміну від окремих компонентів вектору стану або елементів матриці взаємодії $\mathbf{W}(t)$, інтегральні змінні відображають глобальні властивості системи, такі як рівень невизначеності, ступінь узгодженості та баланс ролей між людиною і машиною.

Для забезпечення математичної коректності подальших теоретичних тверджень зафіксуємо припущення у межах яких функціонує запропонована модель й уникнення неоднозначності у трактуванні інтегральних змінних, уточнимо межі їх зміни та встановимо умови, за яких результати, щодо монотонності довіри і зменшення участі оператора, є коректними. Визначимо, що у подальшому вважаємо, що ентропія взаємодії $H(t)$, середня зв'язність $\bar{w}(t)$, функція довіри $\tau(t)$ та вага участі оператора $\lambda(t)$ є нормованими величинами, а саме (7):

$$(H(t), \bar{w}(t), \tau(t), \lambda(t)) \in [0,1]. \quad (7)$$

При цьому ентропія взаємодії $H(t)$, інтерпретується як міра невизначеності у процесі прийняття рішень та прогнозування станів системи [9]. Тобто в загальному вигляді $H(t)$ визначається як нормалізована ентропія ансамблю сценаріїв прогнозного контуру (8):

$$H(t) = -\frac{1}{\log S} \sum_{i=1}^S p_i(t) \log p_i(t), \quad (8)$$

де S – кількість сценаріїв ансамблю, $p_i(t)$ це ймовірність реалізації i -го сценарію в момент часу t , $\sum_{i=1}^S p_i(t) \log p_i(t) = 1$. За такого означення виконується умова $0 \leq H(t) \leq 1$. При цьому високе значення $H(t)$ відповідає стану емпіричного хаосу, коли система не має чіткої переваги між альтернативами, тоді як зменшення ентропії свідчить про формування структурованого та передбачуваного режиму взаємодії.

Елементи матриці взаємодії вважаються нормованими та задовольняють співвідношення (9):

$$W_{ij}(t) \in [0,1], \quad W_{ii}(t) = 0. \quad (9)$$

Активним зв'язком будемо вважати пару підсистем (i, j) , для якої вага взаємодії перевищує заданий поріг активності $\varepsilon_w \in (0,1)$, згідно з виразом (10):

$$(i, j) \in \mathcal{A}_t \Leftrightarrow W_{ij}(t) \geq \varepsilon_w. \quad (10)$$

Тоді середня зв'язність системи визначається як середнє значення ваг активних зв'язків згідно з виразом (11):

$$\bar{w}(t) = \frac{1}{|\mathcal{A}_t|} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}_t} W_{ij}(t), \quad (11)$$

де \mathcal{A}_t – множина активних зв'язків у момент часу t , а $W_{ij}(t) \in [0,1]$ – вага взаємодії між i -ю та j -ю підсистемами. Звідки розуміємо, що $0 \leq \bar{w}(t) \leq 1$, що відображає загальний рівень узгодженості між людиною, роботом і середовищем. Низькі значення $\bar{w}(t)$ характерні для хаотичних режимів, тоді як зростання свідчить про формування стійких і узгоджених взаємодій.

Для формалізації процесу узгодження між підсистемами введемо міру узгодженості $c_{ij}(t) \in [0,1]$, яка може бути задана як комбінація подібності дій та точності прогнозування (12):

$$c_{ij}(t) = \alpha \operatorname{sim}(u_i(t), u_j(t)) + (1 - \alpha) \exp(-\beta e_{ij}(t)), \quad (12)$$

де $\operatorname{sim}(u_i(t), u_j(t)) \in [0,1]$ є нормованою мірою подібності або узгодженості дій, $e_{ij}(t) \geq 0$, це похибка прогнозування або розбіжність між очікуваним і фактичним станом, а $\alpha \in [0,1]$, $\beta > 0$. Таким чином, високі значення $c_{ij}(t)$ відповідають високій узгодженості між компонентами системи.

Еволюція ваг зв'язків задається правилом адаптивного оновлення (13):

$$W_{ij}(t + 1) = \Pi_{[0,1]}^{\mathcal{P}_\Omega}((1 - \eta)W_{ij}(t) + \eta c_{ij}(t)), \quad \eta \in (0,1], \quad (13)$$

де $\Pi_{[0,1]}^{\mathcal{P}_\Omega}$ – оператор проєкції на інтервал $[0,1]$. Таке означення гарантує збереження нормування ваг зв'язків у процесі еволюції.

Центральною змінною моделі виступає функція довіри $\tau(t)$, яка визначає ступінь делегування управління від людини до машини (14):

$$\tau(t) = \bar{w}(t) e^{-\gamma H(t)}, \quad \text{при } \gamma \geq 0, \quad (14)$$

де γ – параметр чутливості до невизначеності. За умов $\bar{w}(t) \in [0,1]$ та $H(t) \in [0,1]$, виконується співвідношення $0 \leq \tau(t) \leq 1$. Така форма відображає природну залежність, коли довіра зростає при підвищенні узгодженості та одночасному зменшенні ентропії. Вага участі оператора $\lambda_h(t)$ моделює рівень залученості людини в контурі керування, що визначається як спадна функція довіри (15):

$$\lambda(t) = \lambda_{\min} + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) (1 - \tau(t)), \quad (15)$$

при умові $0 \leq \lambda_{\min} < \lambda_{\max} \leq 1$, отримуємо $\lambda(t) \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}] \subseteq [0,1]$. Таким чином, при низькому рівні довіри система покладається на оператора, а при її зростанні відбувається поступове делегування функцій машині.

Сукупність введених змінних дозволяє описати стан людино-машинного інтерфейсу у вигляді узагальненого вектору $\mathbf{Z}(t)$ (16) який характеризує не окремі компоненти системи, а її інтегральну поведінку.

$$\mathbf{Z}(t) = (H(t), \bar{w}(t), \tau(t), \lambda_h(t)). \quad (16)$$

Еволюція $\mathbf{Z}(t)$ у часі відображає процес переходу від емпіричного хаосу до структурованої взаємодії. Важливо підкреслити, що зазначені змінні є взаємопов'язаними, а саме, зменшення ентропії призводить до зростання довіри, що, у свою чергу, впливає на

перерозподіл ролей між людиною та машиною і стимулює подальше підсилення зв'язків у матриці $\mathbf{W}(t)$.

Таким чином, система демонструє властивості самоорганізації, у якій локальні покращення узгодженості накопичуються та призводять до глобальної структуризації взаємодії. Таким чином впровадження інтегральних змінних створює необхідне підґрунтя для формування динамічної моделі еволюції, у якій буде формалізовано механізм переходу між режимами функціонування системи.

3.4. Динаміка переходу. Застосуємо інтегральні змінні для побудови динамічної моделі еволюції ЛМІ. Для цього опишемо перехід від емпіричного хаосу до структурованої взаємодії як функцію впливу узгодженої зміни ентропії, зв'язності, довіри й ролі оператора у часі під впливом механізмів прогнозування, навчання та зворотного зв'язку.

Еволюція системи, що задається дискретною динамікою станів має вигляд (17):

$$\mathbf{Z}(t + 1) = \mathcal{F}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{\Omega}(t)), \quad (17)$$

де $\mathbf{Z}(t)$ – вектор інтегральних змінних (13);

$\mathbf{W}(t)$ – матриця взаємодії (2);

$\mathbf{\Omega}(t)$ – невизначеності середовища (4).

Такий запис підкреслює, що еволюція не є лінійною і визначається взаємодією кількох факторів одночасно.

Опишемо зменшення ентропії як результат прогнозування та накопичення інформації формулою (18):

$$H(t + 1) = H(t) - \alpha \cdot \Delta I(t) + \xi H(t), \quad (18)$$

де $\Delta I(t)$ – приріст інформації за рахунок симуляції сценаріїв, досвіду або навчання; α – коефіцієнт ефективності навчання; $\xi H(t)$ – стохастичний вплив середовища. Таким чином, у відсутності сильних збурень ентропія має тенденцію до зменшення, що відображає процес упорядкування системи.

Динаміка зв'язності визначається узгодженістю дій між компонентами системи (19):

$$\bar{w}(t + 1) = \bar{w}(t) + \eta(C(t) - \bar{w}(t)), \quad (19)$$

де $C(t)$ – міра узгодженості;

η – швидкість адаптації.

Якщо система демонструє узгоджену поведінку, $\bar{w}(t)$ зростає, і навпаки.

Функція довіри $\tau(t)$, як було визначено раніше, залежить від ентропії та зв'язності (13). Тому її динаміка є похідною від змін у $H(t)$ та $\bar{w}(t)$, що узгоджується з сучасними підходами до посилення зв'язків зростання довіри у командах “людина–робот” [10], відіграючи ключову роль у стабілізації системи.

Вага участі оператора змінюється обернено до довіри (20):

$$\lambda_h(t + 1) = \min\{1, \zeta e - \rho\tau(t)\}, \quad (20)$$

що означає поступове зменшення необхідності втручання людини у міру підвищення узгодженості системи. Водночас у разі падіння довіри або зростання невизначеності відбувається зворотний процес повернення контролю до оператора.

Таким чином, динаміка системи має характер замкненого кібернетичного контуру де зменшення ентропії сприяє зростанню довіри, що підсилює зв'язність, яка, у свою чергу, покращує якість прогнозування й додатково зменшує ентропію. Цей позитивний зворотний зв'язок формує механізм самоорганізації системи. У той же час наявність стохастичних впливів $\Omega(t)$ та обмежень безпеки створює умови для відхилень від ідеальної траєкторії. У складних середовищах ці впливи можуть уповільнювати або тимчасово порушувати процес структуризації, що призводить до флуктуацій у $H(t)$, $\bar{w}(t)$ та $\tau(t)$. Проте за умови коректного налаштування параметрів системи середня тенденція до впорядкування зберігається.

Побудована динамічна модель описує еволюцію ЛМІ, як процес взаємопов'язаних змін ентропії, довіри, зв'язності та ролі оператора і дозволяє перейти до формалізації критерію, який визначає момент переходу системи від стану емпіричного хаосу до структурованої взаємодії. Такий критерій має базуватися на інтегральних змінних $H(t)$, $\bar{w}(t)$, $\tau(t)$ та $\lambda_h(t)$, що характеризують глобальний стан системи.

Визначимо стан структурованої взаємодії через виконання сукупності умов (21):

$$\begin{cases} H(t) \leq H^*; \\ \tau(t) \geq \tau^*; \\ \bar{w}(t) \geq w^*; \\ \lambda_h(t) \leq \lambda^*. \end{cases} \quad (21)$$

де H^* , τ^* , w^* , λ^* – граничні порогові значення, що задають допустимий рівень невизначеності, мінімально необхідну довіру, достатню узгодженість і максимальну частку участі оператора відповідно. Такий перехід до структурованого режиму інтерпретується як досягнення системою області станів, у якій ці умови виконуються одночасно.

3.5. Теоретичні твердження. Для формалізації процесу переходу ЛМІ від емпіричного хаосу до структурованої взаємодії розглянемо властивості інтегральних змінних системи, де ключову роль відіграють ентропія $H(t)$, середня зв'язність $\bar{w}(t)$ та функція довіри $\tau(t)$.

В зв'язку з цим визначимо і доведемо *твердження про монотонність довіри*.

Лема 1. *Про монотонне спадання ентропії.*

Нехай еволюція ентропії описується рівнянням (18), де у системі на кожному кроці прогнозний контур генерує приріст інформації $\Delta I(t) \geq 0$, а стохастичне збурення $\xi_H(t)$ є обмеженим у середньому. Тоді за умови, що приріст інформації перевищує рівень шуму або невизначеності середовища відповідає умові (22):

$$\alpha \mathbb{E}[\Delta I(t)] > \mathbb{E}[\xi_H(t)], \quad (22)$$

ентропія $H(t)$ не зростає у середньому, тобто (23):

$$\mathbb{E}[H(t + 1)] \leq \mathbb{E}[H(t)]. \quad (23)$$

Доведення: Із рівняння (18) маємо (24):

$$\mathbb{E}[H(t + 1)] = \mathbb{E}[H(t)] - \alpha \mathbb{E}[\Delta I(t)] + \mathbb{E}[\xi_H(t)]. \quad (24)$$

За умови, що (22), тобто $-\alpha \mathbb{E}[\Delta I(t)] + \mathbb{E}[\xi_H(t)] \leq 0$, отримаємо (23). Отже, за умови, що система отримує більше інформації, ніж втрачає через шум, доводить про те, що ентропія не зростає. *Лему доведено.*

Лема 2. Про не спадання середньої зв'язності.

Нехай середня зв'язність визначається як (13), де оновлення матриці взаємодії $\mathbf{W}(t)$ відбувається за правилом узгодженого підсилення зв'язків, а міра узгодженості $C(t)$ задовольняє умову $C_{ij}(t) \geq W_{ij}(t)$, $\forall (i, j) \in \mathcal{A}_t$ і перевищує поточне значення $\bar{w}(t)$ для $\eta > 0$. Тоді маємо (25):

$$\mathbb{E}[\bar{w}(t+1)] \geq \mathbb{E}[\bar{w}(t)]. \quad (25)$$

Доведення: З рівняння (13) маємо (26.1):

$$W_{ij}(t+1) = (1 - \eta)W_{ij}(t) + \eta c_{ij}(t), \quad \eta \in (0, 1]. \quad (26.1)$$

Тоді маємо (26.2):

$$\mathbb{E}[\bar{w}(t+1)] = \mathbb{E}[\bar{w}(t)] + \eta(\mathbb{E}[C(t)] - \mathbb{E}[\bar{w}(t)]). \quad (26.2)$$

Якщо $\mathbb{E}[C(t)] \geq \mathbb{E}[\bar{w}(t)]$, усереднення за всіма активними зв'язками дає (25) тобто приріст є невід'ємним. *Лему доведено.*

Лема 3. Про монотонність експоненційного множника.

Якщо ентропія $H(t)$ не зростає у середньому, то функція $e^{-\gamma H(t)}$, зростає при $\gamma \geq 0$.

Доведення: Функція $f(H) = e^{-\gamma H}$ при $\gamma \geq 0$ є монотонно спадною за H . Тому якщо $H(t+1) \leq H(t)$, (27):

$$e^{-\gamma H(t+1)} \geq e^{-\gamma H(t)}. \quad (27)$$

А враховуючи, що у середньому ця властивість зберігається – *лему доведено.*

Твердження про монотонність довіри.

Нехай у системі «людина–робот» функція довіри визначається як (28):

$$\tau(t) = \bar{w}(t) e^{-\gamma H(t)}, \quad \gamma > 0. \quad (28)$$

Якщо виконуються умови лем 1–3, тобто (29):

$$H(t+1) \leq H(t), \quad \bar{w}(t+1) \geq \bar{w}(t), \quad (29)$$

Тоді функція довіри $\tau(t)$ не спадає (30):

$$\mathbb{E}[\tau(t+1)] \geq \mathbb{E}[\tau(t)]. \quad (30)$$

Доведення:

Згідно з лемою 1, ентропія $H(t)$ є зростаючою, а саме $\bar{w}(t+1) \geq \bar{w}(t)$ за лемою 3 означає, що множник $e^{-\gamma H(t)}$ не спадає, тому застосовуючи лему 2 розуміємо, що середня зв'язність $\bar{w}(t)$ також не спадає. Таким чином, обидва множники у виразі для $\tau(t)$ мають неспадну тенденцію, а отже їхній добуток також зростає (31):

$$\mathbb{E}[\tau(t+1)] = \mathbb{E}[\bar{w}(t+1)e^{-\gamma H(t+1)}] \geq \mathbb{E}[\bar{w}(t)e^{-\gamma H(t)}] = \mathbb{E}[\tau(t)]. \quad (31)$$

Твердження доведено.

Короларій про зменшення участі оператора.

Нехай вага участі оператора визначається як (32):

$$\lambda_h(t) = \min\{1, \zeta e^{-\rho\tau(t)}\}, \quad \rho > 0. \quad (32)$$

Тоді при виконанні умов основного твердження, що функція $\lambda_h(t)$ не спадаюча (33):

$$\mathbb{E}[\lambda_h(t+1)] \leq \mathbb{E}[\lambda_h(t)]. \quad (33)$$

Це означає, що зі зростанням довіри відбувається закономірне зменшення інтенсивності безпосереднього втручання оператора у контурі керування, що відповідає переходу системи до більш структурованого та частково автономного режиму функціонування.

Отримане твердження формалізує ключову властивість запропонованої моделі, що за умов ефективного зменшення невизначеності та підвищення узгодженості між компонентами системи довіра між людиною та машиною зростає природним чином. Це зростання не є випадковим, а виступає наслідком внутрішньої структури кібернетичного контуру взаємодії.

Важливо підкреслити, що монотонність довіри має місце зростати і може супроводжуватися локальними флуктуаціями, зумовленими стохастичними впливами середовища або порушенням умов узгодженості. У складних умовах функціонування система може тимчасово повертатися до менш структурованих станів, що відображає реалістичну поведінку людино-машинних систем.

На основі введених змінних та отриманого твердження перехід до структурованої взаємодії визначається досягненням порогового значення функції довіри $\tau(t) \geq \tau^*$, де τ^* – наперед заданий рівень, що відповідає стабільному узгодженому режиму. Додатково врахуємо обмеження на ентропію, зв'язність та участь оператора (34):

$$\begin{cases} H(t) \leq H^*; \\ \bar{w}(t) \geq w^*; \\ \lambda_h(t) \leq \lambda^*. \end{cases} \quad (34)$$

Таким чином, структурована взаємодія визначається як область станів, у якій система демонструє низьку невизначеність, високу узгодженість та раціональний розподіл ролей між людиною і машиною.

3.6. Інтерпретація через цифрові двійники. Отримана математична модель еволюції ЛМІ набуває повного змісту лише за умови явного введення механізмів відображення фізичної системи у цифровий простір та взаємодії між її компонентами. У цьому контексті ключову роль відіграють цифрові двійники, які розглядаються не як статичні копії, а як результат проекції, що формується під впливом невизначеностей середовища [11; 12].

Кібернетичний контур прогнозування реалізує процес генерації та оцінювання множини можливих сценаріїв розвитку ситуації [13]. Для кожного сценарію здійснюється прогноз станів системи, обчислюються відповідні значення ризику, вартості та інших метрик, після чого формується розподіл ймовірностей $p_i(t)$. Саме на основі цього розподілу обчислюється ентропія $H(t)$, яка відображає рівень невизначеності у виборі дій. Зі зростанням точності прогнозування та накопиченням досвіду розподіл стає більш концентрованим, що призводить до зменшення ентропії.

Нехай $\mathbf{X}(t)$, є стан фізичної системи «людина–робот–середовище», а $\mathbf{\Omega}(t)$ вектор невизначеностей, що включає сенсорні, комунікаційні, динамічні та інформаційні збурення. Тоді оператор проєкції доцільно визначити як (35):

$$\mathcal{P}_{\Omega}: (\mathbf{X}(t), \mathbf{\Omega}(t)) \rightarrow \tilde{\mathbf{X}}(t), \quad (35)$$

де $\tilde{\mathbf{X}}(t)$ – стан цифрових двійників. Цей оператор узагальнює процеси сенсорного сприйняття, фільтрації та оцінювання стану, включаючи методи злиття даних, фільтр Калмана або нейромережеві підходи. Таким чином, цифровий двійник є оцінкою реального стану, що формується з урахуванням похибок сприйняття, обмеженої спостережності та впливу середовища з урахуванням невизначеностей $\mathbf{\Omega}(t)$.

У загальному вигляді це відображення можна представити як (36):

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \mathcal{P}(\mathbf{X}(t)) + \varepsilon_{\Omega}(t), \quad (36)$$

де $\varepsilon_{\Omega}(t)$ – похибка проєкції, індукована невизначеностями $\mathbf{\Omega}(t)$. Зростання інтенсивності невизначеностей призводить до збільшення цієї похибки, що безпосередньо впливає на якість цифрового двійника.

З урахуванням окремих компонентів системи можна записати як (37):

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_h(t) \\ \tilde{x}_r(t) \\ \tilde{x}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_h(x_h(t), \Omega_h(t)) \\ \mathcal{P}_r(x_r(t), \Omega_r(t)) \\ \mathcal{P}_e(x_e(t), \Omega_e(t)) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

де $\tilde{x}_h(t)$ – цифровий двійник оператора;

$\tilde{x}_r(t)$ – цифровий двійник роботизованої платформи;

$\tilde{x}_e(t)$ – цифровий двійник середовища.

Подальша еволюція відбувається у просторі цифрових двійників через оператор прогнозування (38):

$$\mathcal{F}_{sim}: \tilde{\mathbf{X}}(t) \rightarrow \{\tilde{\mathbf{X}}_i(t+1)\}_{i=1}^S, \quad (38)$$

де формується ансамбль сценаріїв розвитку системи. Саме цей ансамбль визначає розподіл ймовірностей $p_i(t)$, і таким чином, ентропія є властивістю не фізичного простору, а функцією цифрового представлення системи простору прогнозованих станів цифрових двійників і прямо залежить від якості оператора \mathcal{P}_{Ω} .

Ключовим елементом запропонованої моделі є оператор взаємодії (39) який формує матрицю зв'язків на основі узгодженості між цифровими двійниками (39):

$$\mathfrak{I}: (\tilde{x}_h(t), \tilde{x}_r(t), \tilde{x}_e(t)) \rightarrow \mathbf{W}(t). \quad (39)$$

Зокрема, елементи матриці можуть бути визначені як функції кореляції, узгодженості або помилки прогнозу (40):

$$W_{ij}(t) \sim \text{sim}(\tilde{x}_i(t), \tilde{x}_j(t)), \quad (40)$$

де $\text{sim}(\cdot)$ – функція подібності або узгодженості, що враховує кореляцію, похибку прогнозу або ступінь відповідності дій. Таким чином, матриця $\mathbf{W}(t)$ є результатом взаємодії саме у просторі цифрових двійників, а не безпосередньо у фізичному просторі.

На основі отриманої матриці зв'язків $\mathbf{W}(t)$ та розподілу сценаріїв $H(t)$, формується функція довіри (14), яка визначає баланс між автоматизованим управлінням і участю оператора. У цьому контексті довіра є інтегральною характеристикою відповідності між прогнозованими та фактичними станами системи. Формування зворотного керуючого впливу на фізичну систему здійснюється через оператор прийняття рішень (41):

$$\mathcal{A}: \tilde{\mathbf{X}}(t), \mathbf{W}(t), \boldsymbol{\tau}(t) \rightarrow \mathbf{u}(t), \quad (41)$$

що формує керуючу дію з урахуванням результатів прогнозування, рівня довіри та функціональні обмеження.

Важливим елементом архітектури є блок безпеки SafetyGate [14, 15], який виконує функцію обмеження простору допустимих дій. Незалежно від рівня довіри чи прогнозованих вигащів, жодна дія не може бути реалізована у фізичному контурі без проходження перевірки безпеки [16]. Це забезпечує стабільність системи навіть у випадках тимчасових збоїв у прогнозованому контурі або деградації довіри. Повний контур функціонування системи може бути представлений як композиція операторів (42):

$$(\mathbf{X}(t), \boldsymbol{\Omega}(t)) \xrightarrow{\mathcal{P}_{\Omega}} \tilde{\mathbf{X}}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}_{\text{sim}}} \{\tilde{\mathbf{X}}_i(t+1)\} \xrightarrow{\mathcal{I}} \mathbf{W}(t) \xrightarrow{\boldsymbol{\tau}} \mathbf{u}(t) \rightarrow \mathbf{X}(t+1). \quad (42)$$

У такому поданні невизначеність середовища $\boldsymbol{\Omega}(t)$ не лише впливає на фізичну динаміку системи, а також виконує формування структури взаємодії, визначаючи якість проєкції, структуру прогнозу та рівень ентропії. Таким чином, запропонована математична модель знаходить природну реалізацію у вигляді кібернетичної архітектури, де цифрові двійники забезпечують моделювання поведінки, прогнозний контур впливає на зменшення невизначеності, а адаптивна матриця зв'язків, на накопичення узгодженості. В такому вигляді вони виступають фундаментальним фактором, який визначає швидкість і характер зменшення невизначеності, зростання узгодженості та формування довіри, що забезпечує перехід системи від емпіричного хаосу до структурованої взаємодії.

Отже отримана інтерпретація забезпечує повну узгодженість між математичною моделлю, архітектурою системи та механізмами її реалізації, створюючи безпосередній міст між теоретичною моделлю та її практичною реалізацією, що відкриває можливість для експериментальної перевірки у симуляційному середовищі.

4. Практичні результати та обговорення

Реалізація запропонованої моделі еволюції ЛМІ побудована з урахуванням процесу структуризації взаємодії, відбувається у симуляційному просторі цифрових двійників, тоді як фізичний контур виконує роль джерела даних і об'єкта керування. Відповідно до цього архітектура симуляційного середовища організована як багаторівнева система, що відтворює операторну структуру \mathcal{P}_{Ω} , \mathcal{F}_{sim} , \mathcal{I} та \mathcal{A} . Як базове симуляційне середовище використано ROS2/ Gazebo, яке забезпечує фізично коректне моделювання динаміки роботизованих систем, сенсорних даних та взаємодії з середовищем. Симуляція інтегрована з обчислювальним контуром, що реалізує цифрові двійники та алгоритми прогнозування, що дозволяє відокремити фізичний рівень від рівня прийняття рішень [17]. Функціональна блок-схема інтеграції математичної моделі людино-машинного інтерфейсу з симуляційним середовищем Gazebo через стек ROS 2 зображено на рисунку 2.

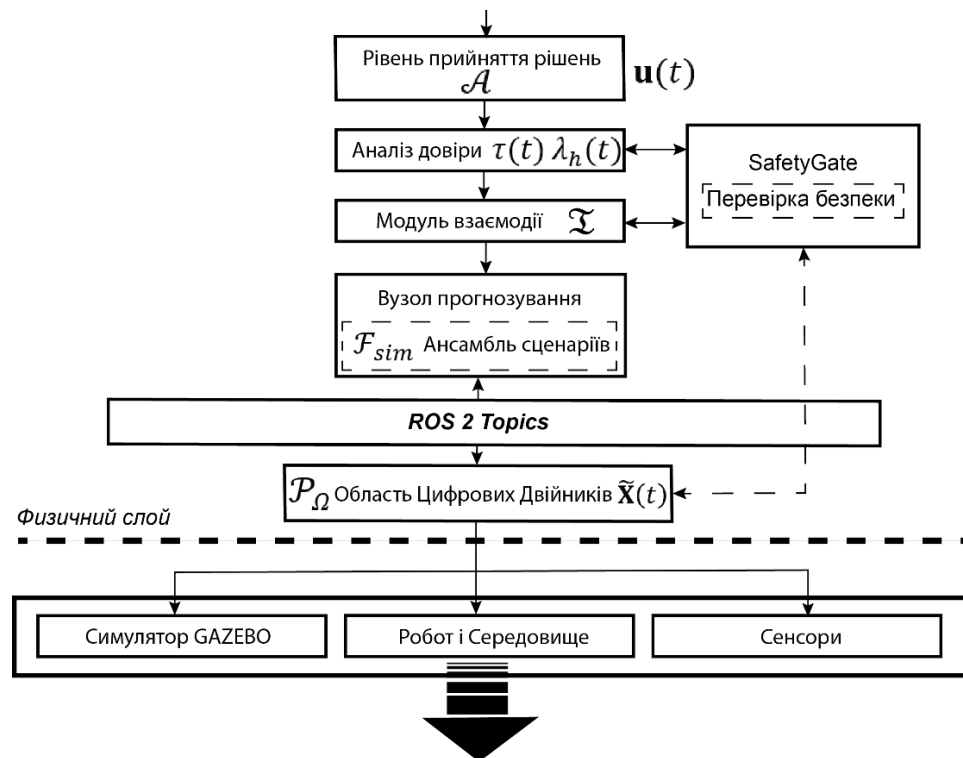


Рис. 2. Функціональна блок-схема інтеграції математичної моделі людино-машинного інтерфейсу з симуляційним середовищем Gazebo через стек ROS 2

Архітектура системи включає три базових рівні, а саме – фізичний, рівень проєкції та цифровий рівень. Фізичний рівень представлений моделями оператора, роботизованої платформи та середовища, які генерують стан $\mathbf{X}(t)$ і піддаються впливу невизначеностей $\Omega(t)$. Рівень проєкції реалізує оператор \mathcal{P}_Ω , який виконує перетворення фізичного стану у цифровий простір, враховуючи шуми сенсорів, затримки та часткову спостережуваність. У результаті формується стан цифрових двійників $\tilde{\mathbf{X}}(t)$, що виступає основою для подальшого аналізу. Цифровий рівень є центральним елементом архітектури та реалізує процеси прогнозування, оцінювання та прийняття рішень. Ентропія $H(t)$ обчислюється на основі розподілу ймовірностей сценаріїв, сформованих у прогнозному контурі. Для цього використовується ансамбль траєкторій, що дозволяє оцінити невизначеність у виборі дій. Середня зв'язність $\bar{w}(t)$ визначається як агрегована характеристика матриці $\mathbf{W}(t)$, після чого обчислюється функція довіри $\tau(t)$, яка визначає баланс між автономністю системи та участю оператора.

Для забезпечення відтворюваності результатів і коректної оцінки ефективності запропонованої архітектури було сформовано формалізований протокол симуляційних експериментів, що охоплює параметри середовища, гіперпараметри моделі, план запусків та методи обробки результатів. Симуляційне середовище організовано у дискретному часі з кроком 100 мс, що відповідає типовим вимогам до систем реального часу в робототехнічних застосуваннях. Планувальне вікно становить 1 с (10 кроків), що дозволяє узгодити горизонт прогнозування з динамікою середовища. Базовий горизонт прогнозу в межах оператора \mathcal{F}_{sim} встановлено на рівні 7 кроків (0,7 с), при цьому для аналізу чутливості використовуються варіанти 3 та 11 кроків, що дозволяє оцінити вплив глибини прогнозування на стабільність системи. Формування ансамблю сценаріїв здійснюється з розміром $S = 64$, що є компромісом між точністю оцінки ентропії та обчислювальною складністю. Для дослідження стійкості результатів додатково розглядаються варіанти $S = 32$ та $S = 128$. Кожен сценарій генерується з урахуванням випадкових реалізацій невизначеностей $\Omega(t)$, що включають сенсорні шуми, комунікаційні затримки, втрати даних, а також динамічні зміни середовища. Невизначеності

середовища встановлюють параметри через три рівні складності, де $L1$ низька невизначеність, $L2$ середня, $L3$ висока. Для рівня $L1$ характерні малі дисперсії сенсорних шумів і стабільні комунікації; $L2$ передбачає помірні флуктуації та часткові втрати даних; $L3$ моделює складні умови з високим рівнем шуму, затримками, можливими спотвореннями сигналів та динамічними перешкодами. Таким чином, рівні $L1$ – $L3$ відповідають різним значенням інтенсивності $\|\Omega(t)\|$ і дозволяють дослідити поведінку системи в широкому діапазоні умов. Гіперпараметри моделі обрано таким чином, щоб забезпечити баланс між адаптивністю та стабільністю системи. Зокрема, функція довіри задається як $\tau(t) = \bar{w}(t)e^{-\gamma H(t)}$, $\gamma = 0,5$, коефіцієнт адаптації зв'язків $\eta = 0,05$, параметри підсилення узгодженості $\kappa = 1,0$ та штрафу ризику $\lambda = 0,5$. Функціонал вибору дії має вигляд $J = \mathbb{E}[Risk] + \mu H + \nu Cost - \chi \tau$, де $\mu = 0,2$, $\nu = 0,1$, $\chi = 0,3$. Вага участі оператора визначається як $\lambda_h(t) = \min\{1, \zeta e - \rho \tau(t)\}$, $\zeta = 1,0$, $\rho = 1,0$. Матриця взаємодії $\mathbf{W}(t)$ ініціалізується як повнозв'язна без діагональних елементів зі стартовим значенням $W_{ij} = 0,2$, а її регуляризація здійснюється через $L2$ -норму $\|\mathbf{W}\|_2^F$ з коефіцієнтом 10^{-3} , що запобігає перенасиченню зв'язків.

План експериментів включає три типи сценаріїв оборона, атака та евакуація у поєднанні з трьома рівнями невизначеності ($L1$ – $L3$), що формує 9 базових конфігурацій. Для кожної конфігурації проводиться 20 незалежних запусків із різними початковими умовами, що забезпечує статистичну достовірність результатів. Тривалість кожного епізоду становить 300с симуляційного часу або 3000 крокам.

Додатково виконуються абляційні експерименти, спрямовані на оцінку внеску окремих компонентів моделі: а) без адаптації матриці \mathbf{W} ; б) без урахування ентропії у функціоналі; с) без компоненти довіри; д) з фіксованою участю оператора. Для кожного варіанту виконується по 10 запусків на конфігурацію.

Для порівняння використовуються дві базові архітектури. A – класичний людино-машинний інтерфейс без цифрових двійників і прогнозного контуру й B – система з використанням штучного інтелекту, але без механізму прогнозування та адаптивної матриці взаємодії. Це дозволяє оцінити внесок кожного з ключових елементів запропонованої моделі.

Збір даних здійснюється на кожному кроці симуляції та включає значення $H(t)$, $\bar{w}(t)$, $\tau(t)$, $\lambda_h(t)$, обрані дії, показники ризику та вартості, а також результати перевірки SafetyGate. Обробка результатів виконується з використанням медіанних оцінок та 95 % довірчих інтервалів. Для оцінки ризику додатково використовується метрика $CVaR@0,9$, що характеризує поведінку системи у найгірших 10 % випадків.

Критеріями оцінки ефективності є монотонне зменшення ентропії $H(t)$ у середньому, зростання довіри $\tau(t)$, що відповідає сучасній тенденції до формалізованої оцінки довіри у ЛІМІ [18; 19] за рахунок зменшення ризику та $CVaR$ порівняно з базовими підходами, а також зростання частки безпечних дій без перевищення допустимого рівня затримок.

Таким чином, сформований протокол експериментів забезпечує всебічну перевірку запропонованої моделі в умовах різної складності середовища та дозволяє об'єктивно оцінити її ефективність.

На рисунку 3 представлено динаміку ентропії $H(t)$, довіри $\tau(t)$, середньої зв'язності $\bar{w}(t)$ та ваги участі оператора $\lambda_h(t)$ у процесі симуляції. Отримані результати демонструють чітко виражену залежність поведінки системи від рівня невизначеності середовища.

Ентропія $H(t)$ у всіх випадках має тенденцію до зменшення, що підтверджує ефективність прогнозного контуру \mathcal{F}_{sim} та оператора проєкції \mathcal{P}_Ω . Для рівня $L1$ спадання є швидким і майже монотонним, що свідчить про високу якість цифрового відображення та стабільність середовища. У випадку $L2$ спостерігається більш плавна динаміка зі слабкими флуктуаціями, тоді як для $L3$ характерне повільніше зменшення ентропії з вираженими коливаннями, що відображає вплив високої інтенсивності $\Omega(t)$ на точність проєкції.

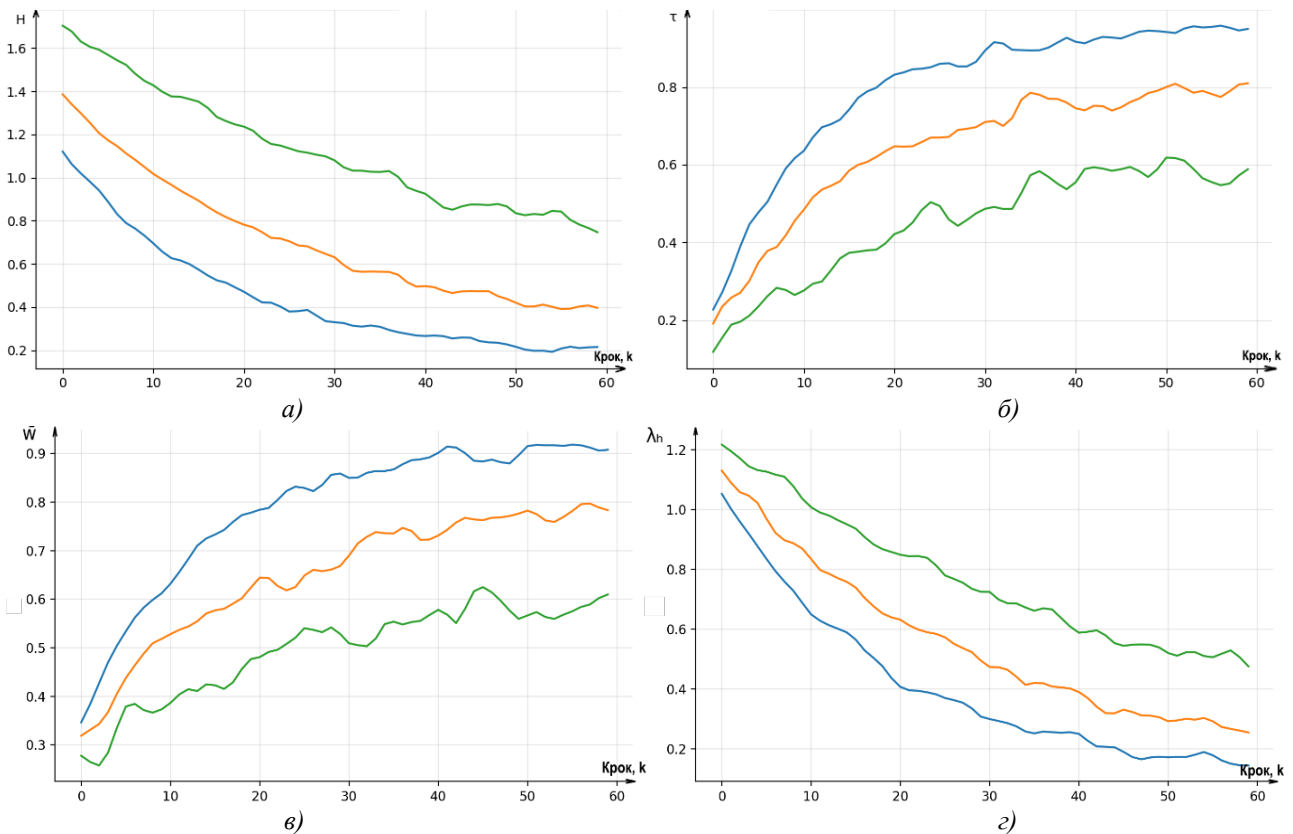


Рис. 3. Динаміка показників ентропії, коефіцієнта довіри, середньої зв'язності та ваги участі оператора за різних рівнів невизначеності середовища (— $L1$, — $L2$, — $L3$):
 а) ентропія прогнозування $H(t)$; б) функція довіри $\tau(t)$;
 в) середньої зв'язності $\bar{w}(t)$; г) ваги участі оператора $\lambda_h(t)$

Функція довіри $\tau(t)$ демонструє протилежну динаміку, а саме зростання у процесі симуляції. У середовищі $L1$ довіра швидко досягає високих значень, що відповідає стабільному узгодженню між цифровими двійниками. У $L2$ зростання є більш поступовим, а у $L3$ довіра формується значно повільніше і залишається обмеженою, що узгоджується з теоретичною залежністю $\tau(t) = \bar{w}(t)e^{-\gamma H(t)}$.

Середня зв'язність $\bar{w}(t)$ зростає в усіх випадках, що підтверджує ефективність оператора взаємодії \mathcal{X} . Для $L1$ зростання є швидким і стабільним, що відображає формування стійкої структури взаємодії у просторі цифрових двійників. У $L2$ спостерігається помірний темп зростання, тоді як у $L3$ процес є повільнішим і супроводжується флуктуаціями, що свідчить про складність досягнення узгодженості в умовах високої невизначеності.

Вага участі оператора $\lambda_h(t)$ зменшується обернено до зростання довіри, що повністю узгоджується з отриманим аналітичним результатом. У середовищі $L1$ оператор швидко «розвантажується», тоді як у $L2$ цей процес відбувається поступово. У випадку $L3$ значення $\lambda_h(t)$ залишається відносно високим протягом усього експерименту, що вказує на необхідність збереження активної участі людини у складних умовах.

На рисунку 4 наведено порівняння стабілізованих значень інтегральних змінних для трьох архітектур, А класичний людино–машинний інтерфейс, В система з АІ без прогнозного контуру та запропонована модель. Результати показують суттєву перевагу запропонованого підходу у всіх сценаріях. Для архітектури А ентропія залишається високою, що свідчить про відсутність механізму зменшення невизначеності. Довіра τ у цьому випадку є низькою, а вага участі оператора λ_h – максимальною, що відповідає ручному режиму управління. У випадку

В спостерігається покращення показників, однак відсутність прогнозного контуру та адаптивної матриці взаємодії обмежує рівень структуризації.

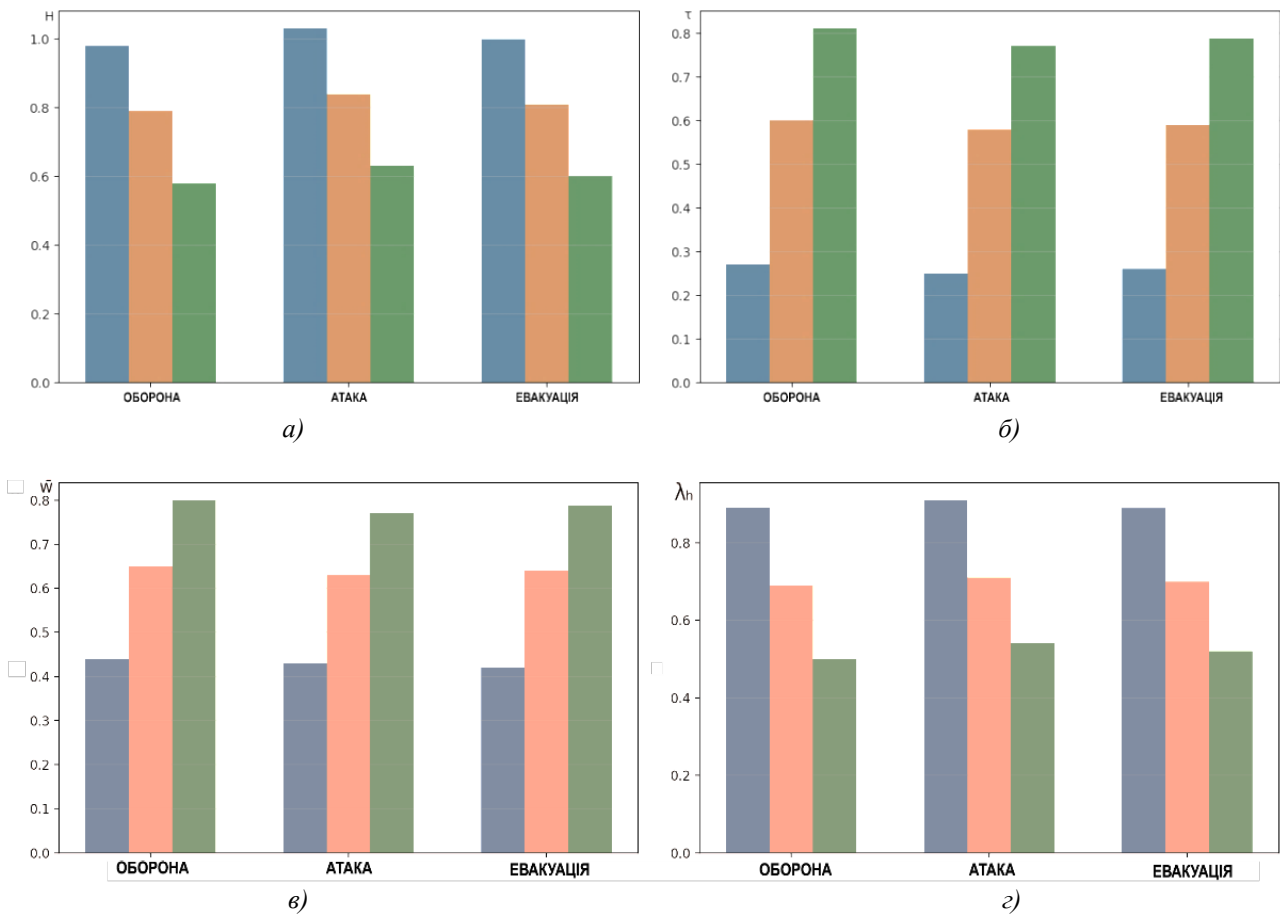


Рис. 4. Порівняння стабілізованих значень ентропії, довіри, середньої зв'язності та ваги участі оператора для архітектур **A**, **B** та **Запропонована** у Gazebo-сценаріях Оборона, Атака та Евакуація:

- а) стабілізація ентропії $H(t)$;*
- б) стабілізація довіри $\tau(t)$;*
- в) стабілізація зв'язності $\bar{w}(t)$;*
- г) стабілізація оператора $\lambda_h(t)$*

Запропонована архітектура демонструє найкращі результати: мінімальні значення ентропії, максимальну довіру та найбільшу середню зв'язність. При цьому вага участі оператора зменшується майже вдвічі порівняно з А, що свідчить про ефективний перехід до режиму спільного або автономного управління.

Таблиця 1

Порівняння інтегральних показників

Сценарій	Архітектура	$H \downarrow$	$\tau \uparrow$	$\bar{w} \uparrow$	$\lambda_h \downarrow$
Оборона	A	0,98	0,27	0,44	0,89
	B	0,79	0,60	0,65	0,69
	Proposed	0,58	0,81	0,80	0,50
Атака	A	1,03	0,25	0,43	0,91
	B	0,84	0,58	0,63	0,71
	Proposed	0,63	0,77	0,77	0,54
Евакуація	A	1,00	0,26	0,42	0,90
	B	0,81	0,59	0,64	0,70
	Proposed	0,60	0,79	0,78	0,52

Таблиця 2

Показники покращення (%) Відносно А

Сценарій	$\Delta H \downarrow$	$\Delta \tau \uparrow$	$\Delta \bar{w} \uparrow$	$\Delta \lambda_{ch} \downarrow$
Оборона	-40,8 %	+200 %	+81,8 %	-43,8 %
Атака	-38,8 %	+208 %	+79,1 %	-40,7 %
Евакуація	-40,0 %	+204 %	+85,7 %	-42,2 %

Показники покращення (%) Відносно В

Сценарій	$\Delta H \downarrow$	$\Delta \tau \uparrow$	$\Delta \bar{w} \uparrow$	$\Delta \lambda_{ch} \downarrow$
Оборона	-26,6 %	+35 %	+23,1 %	-27,5 %
Атака	-25,0 %	+32,8 %	+22,2 %	-23,9 %
Евакуація	-25,9 %	+33,9 %	+21,9 %	-25,7 %

Кількісний аналіз показує, що запропонована архітектура забезпечує зменшення ентропії на 25–40 % та підвищення довіри більш ніж у 2 рази порівняно з класичним підходом. При цьому середня зв'язність зростає на 20–85 %, а навантаження на оператора зменшується приблизно на 25–45 %, що підтверджує ефективність механізму адаптивного розподілу ролей.

Таким чином, результати симуляції підтверджують ключову гіпотезу дослідження: структуризація взаємодії відбувається у просторі цифрових двійників і забезпечується поєднанням оператора проєкції \mathcal{P}_Ω , прогнозного контуру \mathcal{F}_{sim} та адаптивної матриці взаємодії $\mathbf{W}(t)$. Запропонована архітектура забезпечує стійке зменшення невизначеності, зростання довіри та оптимізацію ролі оператора навіть у складних умовах функціонування.

5. Висновки та напрями подальших досліджень

У роботі запропоновано математичну модель еволюції людино-машинного інтерфейсу, що описує перехід від стану емпіричного хаосу до структурованої взаємодії в системі «людина–робот». Ключовою особливістю підходу є представлення процесу взаємодії у просторі цифрових двійників, сформованому оператором проєкції \mathcal{P}_Ω , що враховує вплив невизначеностей середовища.

Практична реалізація моделі у середовищі Gazebo підтвердила її ефективність. Отримані результати демонструють узгоджену динаміку інтегральних змінних для різних рівнів невизначеності середовища та підтверджують здатність системи адаптуватися до змін умов функціонування. Порівняння з базовими підходами показало суттєве зменшення ентропії, зростання довіри та зниження навантаження на оператора.

Наукова новизна роботи полягає у формалізації людино-машинного інтерфейсу як динамічної системи, у якій ентропія виступає інтегральною мірою невизначеності та впорядкованості розвитку взаємодії [9]. Запропонована модель, на відміну від існуючих, одночасно інтегрує: по-перше, ентропію як міру невизначеності; по-друге, довіру як інтегральний показник структурованості взаємодії; по-третє, середню зв'язність як характеристику узгодженості компонентів системи; по-четверте, вагу участі оператора як показник перерозподілу ролей у контурі керування.

Зазначений підхід передбачає введення простору цифрових двійників людини, роботизованої платформи та середовища, де формується розподіл сценаріїв, обчислюється ентропія та визначається матриця взаємодії. Сформульовано критерій переходу системи до структурованої взаємодії на основі порогових значень ентропії, довіри, зв'язності та участі оператора, що формує підґрунтя для симуляційної верифікації та подальшого проектування адаптивних людино-машинних інтерфейсів. Встановлено аналітичний зв'язок між ентропією, довірою та структурованістю системи, а також введено інтегральний індекс ефективності як універсальний критерій оцінки систем людино-машинної взаємодії, для якого сформульовано умови забезпечення зростання довіри та інтегральної ефективності.

Практичне значення роботи полягає у можливості застосування запропонованої моделі для побудови адаптивних систем управління роботизованими комплексами в умовах

невизначеності. Архітектура, реалізована засобами середовища Gazebo, може застосовуватися як основа для розробки систем спільного управління, автономних роботів та кіберфізичних систем із високим рівнем адаптивності.

Незважаючи на отримані результати, запропонована модель має низку обмежень. Ефективність моделі залежить від якості оператора проєкції, що визначає точність цифрового двійника; за умов високого рівня невизначеності або обмежених спостережень похибки проєкції можуть суттєво впливати на подальші етапи обробки. Обчислювальна складність прогнозного контуру залишається значною, що обмежує застосування моделі у системах із жорсткими вимогами до реального часу без додаткових оптимізацій. Окремим обмеженням є чутливість до вибору гіперпараметрів, що потребує процедур адаптивного налаштування або навчання.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розвитком окремих компонентів моделі та її розширенням. Також доцільним є вдосконалення оператора проєкції на основі байєсівських та глибинних методів оцінювання стану, що дозволить зменшити вплив невизначеностей середовища. Іншим важливим напрямом є оптимізація прогнозного контуру шляхом застосування методів зменшення розмірності сценарного простору або адаптивного формування ансамблю. Окрему увагу слід приділити розширенню моделі на мультиагентні системи, де взаємодія відбувається не лише між людиною та роботом, але й між кількома автономними агентами; за такої постановки матриця взаємодії набуває складнішої структури, а процес формування довіри стає багатовимірним. Перспективним є також дослідження інтеграції запропонованого підходу з методами навчання з підкріпленням та великими мовними моделями, що дозволить реалізувати складніші когнітивні механізми прийняття рішень у системах людино-машинної взаємодії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. O'Neill T., McNeese N., Barron A., Schelble B. Human–Autonomy Teaming: A Review and Analysis of the Empirical Literature // *Human Factors*. 2022. № 64 (5). P. 904–938. DOI: 10.1177/0018720820960865.
2. Lee J. D., See K. A. Trust in Automation: Designing for Appropriate Reliance // *Human Factors*. 2004. № 46 (1). P. 50–80. DOI: 10.1518/hfes.46.1.50_30392.
3. Hancock P. A., Billings D. R., Schaefer K. E., Chen J. Y. C., de Visser E. J., Parasuraman R. A Meta-Analysis of Factors Affecting Trust in Human–Robot Interaction // *Human Factors*. 2011. № 53 (5). P. 517–527. DOI: 10.1177/0018720811417254.
4. Krupas M., Kajati E., Liu C., Zolotova I. Towards a Human–Centric Digital Twin for Human–Machine Collaboration: A Review on Enabling Technologies and Methods // *MDPI. Sensors*. 2024. URL: <https://doi.org/10.3390/s24072232>.
5. Firmino de Souza D., Sousa S., Kristjuhan–Ling K., Dunajeva O., Roosileht R., Pentel A., Mõttus M., Can Özdemir M., Gratšjova Ž. Trust and Trustworthiness from Human–Centered Perspective in Human – Robot Interaction (HRI) – A Systematic Literature Review // *MDPI. Electronics*. 2025. № 14 (8). P. 1557. URL: <https://doi.org/10.3390/electronics14081557>.
6. Roesler E., Vollmann M., Manzey D., Onnasch L. The dynamics of human-robot trust attitude and behavior — Exploring the effects of anthropomorphism and type of failure // *Computers in Human Behavior*. 2024. V. 150. P. 108008. URL: <https://doi.org/10.1016/j.chb.2023.108008>.
7. Chauhan H., Jang Y., Jeong I. Predicting human trust in human-robot collaborations using machine learning and psychophysiological responses // *Advanced Engineering Informatics*. 2024. V. 62. Part B. P. 102720. URL: <https://doi.org/10.1016/j.aei.2024.102720>.
8. Li J., Zhu E., Lin W., Yang S. X., Yang S. A novel digital twins-driven mutual trust framework for human-robot collaborations // *Journal of Manufacturing Systems*. 2025. V. 80. P. 948–962, URL: <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2025.04.009>.

9. Valavanis K. P. The Entropy Based Approach to Modeling and Evaluating Autonomy and Intelligence of Robotic Systems. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2018. DOI: 10.1007/s10846-018-0905-6.
10. de Visser E. J., Peeters M. M. M., Jung M. F. et al. Towards a Theory of Longitudinal Trust Calibration in Human-Robot Teams // *International Journal of Social Robotics*. 2020. № 12 (2). P. 459–478. DOI: 10.1007/s12369-019-00596-x.
11. Ramasubramanian A. K., Mathew R., Kelly M., Hargaden V., Papakostas N. Digital Twin for Human-Robot Collaboration in Manufacturing: Review and Outlook // *Applied Sciences*. 2022. № 12 (10). P. 4811. DOI: 10.3390/app12104811.
12. Coronado E., Ueshiba T., Ramirez-Alpizar I. G. A Path to Industry 5.0 Digital Twins for Human-Robot Collaboration by Bridging NEP+ and ROS // *Robotics*. 2024. № 13 (2). P. 28. DOI: 10.3390/robotics13020028.
13. Chen J. Y. C., Lakhmani S. G., Stowers K., Selkowitz A. R., Wright J. L., Barnes M. Situation Awareness-Based Agent Transparency and Human-Autonomy Teaming Effectiveness // *Theoretical Issues in Ergonomics Science*. 2018. № 19 (3). P. 259–282. DOI: 10.1080/1463922X.2017.1315750.
14. Бернацький А. П., Коваленко О. О. Адаптивне керування бойовим середовищем на основі просторово – часової ентропії // *Системи і технології зв'язку, інформатизації та кібербезпеки*. 2025. № 7. С. 5–19. DOI: 10.58254/viti.7.2025.01.05.
15. Бернацький А. П., Радзівілов Г. Д., Фесенко О. Д. Метод адаптивного керування бойовим середовищем з кібернетичним контуром прогнозування // *Системи і технології зв'язку, інформатизації та кібербезпеки*. 2025. № 8. С. 5–23. DOI: 10.58254/viti.8.2025.01.05.
16. Li W., Hu Y., Zhou Y., Pham D. T. Safe human-robot collaboration for industrial settings: a survey // *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2024. № 35 (5). DOI: 10.1007/s10845-023-02159-4.
17. Mengacci R. et al. An Open-Source ROS-Gazebo Toolbox for Simulating Robots With Compliant Actuators // *Frontiers in Robotics and AI*. 2021. 8:713083. DOI: 10.3389/frobt.2021.713083.
18. Campagna G., Rehm M. A Systematic Review of Trust Assessments in Human-Robot Interaction // *ACM Transactions on Human-Robot Interaction*. 2025. № 14 (2). Article 30. DOI: 10.1145/3706123.
19. Krausman A. et al. Trust Measurement in Human–Autonomy Teams: Development of a Conceptual Toolkit // *ACM Transactions on Human-Robot Interaction*. 2022. № 11 (3). Article 33. DOI: 10.1145/3530874.

Надійшла до редколегії 27.04.2026.

Схвалена до друку 22.05.2026.

Дата публікації 29.05.2026.