

УДК 004.056:004.75:004.724:621.391

канд. держ. упр., доцент Живило Є. О. ORCID: 0000-0003-4077-7853 (НУПІ ім. Ю. Кондратюка)

канд. техн. наук, доцент Кучма Ю. В. ORCID: 0009-0002-5498-4271 (ТОВ ПВНЗ «УСТ»)

канд. техн. наук, доцент Поліновський В. В. ORCID: 0009-0008-1271-5528 (ТОВ ПВНЗ «УСТ»)

канд. екон. наук Плахтій М. О. ORCID: 0000-0003-3805-0591 (ТОВ ПВНЗ «УСТ»)

FIDELITY-ОРІЄНТОВАНА МАРШРУТИЗАЦІЯ В SDN-КЕРОВАНИХ КВАНТОВИХ МЕРЕЖАХ

У роботі досліджено підхід до підвищення стійкості та ефективності функціонування гібридних квантово-класичних мереж шляхом інтеграції метрики квантової fidelity у механізми динамічної маршрутизації архітектури програмно-конфігурованих мереж. Актуальність зумовлена необхідністю врахування специфічних характеристик квантових каналів, зокрема стохастичної деградації квантових станів під впливом шумів та зовнішніх перешкод, яка не враховується у стандартних класичних протоколах та недостатньо формалізована у відомих квантових алгоритмах маршрутизації. Попри наявність підходів до вибору шляхів із урахуванням fidelity, існуючі рішення переважно оперують детермінованими моделями або ігнорують проблему розмірності узгодженості при агрегуванні різнорідних метрик, що обмежує їхню придатність для динамічної адаптації в SDN-керованих архітектурах.

Метою дослідження є розробка теоретико-модельного підходу до багатокритеріальної динамічної маршрутизації в SDN-керованих гібридних квантово-класичних мережах, який усуває методологічні обмеження відомих fidelity-орієнтованих алгоритмів шляхом нормалізації різнорідних параметрів, інтеграції стохастичної моделі деградації каналів та адаптації під централізоване управління.

Для досягнення мети використано методи математичного моделювання, теорії графів та багатокритеріальної оптимізації. Запропоновано нормалізовану модель оцінки маршрутів, у якій затримка, пропускна здатність, ймовірність відмови та квантова fidelity приведені до єдиного безрозмірного діапазону, що забезпечує фізичну коректність адитивної функції ефективності. Алгоритмічна реалізація базується на SDN-контролері, який у динамічному режимі адаптує топологію передачі даних з використанням передбачувальної оцінки стану каналів.

Результати імітаційного моделювання демонструють статистично значуще підвищення середньої інтегральної ефективності маршрутизації та зниження варіативності показників порівняно з класичними підходами, що підтверджено довірчими інтервалами та *t*-критерієм. Висновки мають теоретико-прикладний характер і можуть бути використані як основа для проєктування майбутніх стійких телекомунікаційних архітектур.

Ключові слова: квантові мережі, SDN, динамічна маршрутизація, квантова fidelity, багатокритеріальна оптимізація, стохастичне моделювання, нормалізація метрик.

Y. Zhyvylo, Y. Kuchma, V. Polinovskyi, M. Plakhtii. Fidelity-oriented routing in SDN-managed quantum networks

The paper examines an approach to increasing the stability and efficiency of hybrid quantum-classical networks by integrating the quantum fidelity metric into dynamic routing mechanisms of software-defined networks (SDN). The relevance of the study is determined by the necessity to account for specific characteristics of quantum channels, particularly stochastic degradation of quantum states under noise and external interference, which standard classical protocols ignore and known quantum routing algorithms insufficiently formalize. Despite existing fidelity-aware path selection methods, existing approaches predominantly rely on deterministic models or overlook dimensional consistency when aggregating heterogeneous metrics, limiting their suitability for dynamic adaptation in SDN-controlled architectures. The study aims to develop a theoretical-model approach to multi-criteria dynamic routing in SDN-managed hybrid quantum-classical networks, overcoming methodological limitations of known fidelity-oriented algorithms through parameter normalization, integration of a stochastic channel degradation model, and adaptation to centralized control. Methods of mathematical modeling, graph theory, and multi-criteria optimization were employed. A normalized route evaluation model is proposed, where delay, bandwidth, failure probability, and quantum fidelity are scaled to a single dimensionless range, ensuring physical correctness of the additive efficiency function. Algorithmic implementation is based on an SDN controller that dynamically adapts data transmission topology using predictive channel state estimation. Simulation results demonstrate a statistically significant increase in average integral routing efficiency and reduced indicator variability compared to classical approaches, confirmed by confidence intervals and the *t*-test. The obtained results have both theoretical and practical significance, serving as a foundation for designing future resilient telecommunication architectures.

Keywords: *quantum networks, SDN, dynamic routing, quantum fidelity, multi-criteria optimization, stochastic modeling, metric normalization.*

1. Постановка проблеми

Сучасні телекомунікаційні інфраструктури критичного призначення потребують високої надійності та стійкості до завад. Класичні протоколи маршрутизації оптимізують переважно затримку та пропускну здатність, ігноруючи фізику квантових каналів. В таких каналах передача даних супроводжується природною деградацією станів, яку кількісно описує метрика fidelity. Якщо цей параметр не враховувати під час вибору маршруту, виникають системні помилки та знижується якість обслуговування. У мережах квантового розподілу ключів (QKD) це унеможлиблює генерацію криптостійких ключів, що критично знижує рівень захищеності та призводить до падіння коефіцієнта готовності мережі нижче 0,95 та збільшення часу відновлення сесії понад 200 мс, що є неприйнятним для систем C4ISR.

Архітектура програмно-конфігурованих мереж (SDN) забезпечує централізований моніторинг та гнучке керування трафіком. Хоча існують алгоритми маршрутизації з урахуванням fidelity (Q-PATH, Q-LEAP, PERA), вони залишаються детермінованими. Такі підходи часто не узгоджують розмірності квантових і класичних метрик при їхньому агрегуванні. Окрім того, наукова література рідко розрізняє практичні QKD-мережі, де квантовий канал слугує лише для обміну ключами, та лабораторні системи з передачею заплутаних станів через повторювачі. Це звужує застосування відомих рішень у реальних гібридних середовищах. На сьогодні відсутня єдина нормалізована модель, яка фізично коректно поєднує fidelity із класичними параметрами без порушення адитивності та враховує стохастичну деградацію каналів. Саме ця методологічна прогалина обмежує розвиток проактивної адаптації маршрутів.

Таким чином, вагомою методологічною проблемою залишається відсутність фізично коректного підходу до динамічної маршрутизації в SDN-керованих гібридних квантово-класичних мережах, який би усував суперечності відомих рішень. Слід зауважити, що існуючі алгоритми не забезпечують розмірнісно узгодженої інтеграції квантових і класичних метрик, ігнорують стохастичний характер деградації каналів та не адаптовані до централізованого управління в умовах динамічних збурень. Важливо зазначити, що пряме вимірювання fidelity у реальному часі технологічно неможливе через необхідність квантової томографії, тому актуальним завданням стає перехід до передбачувальної оцінки стану каналів на основі математичних моделей шуму.

Вирішення цього комплексу обмежень дозволить моделювати проактивне перенаправлення трафіку під час завад та забезпечити відтворюваність результатів у теоретико-модельному середовищі.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Останні міжнародні огляди засвідчують перехід квантових технологій із фундаментальних досліджень у прикладні сфери критичної інфраструктури та оборонних комунікацій. Комплексні аналізи підкреслюють потенціал квантових протоколів для підвищення стійкості та захищеності інформаційних систем у динамічних середовищах [1; 2]. Стратегічні документи, зокрема звіти НАТО, акцентують увагу на необхідності інтеграції квантових комунікацій у багатодоменні архітектури управління [3]. Водночас практичне впровадження стикається з технологічними обмеженнями. Так, сучасні розгорнуті системи базуються переважно на QKD, тоді як мережі з передачею квантових станів через повторювачі залишаються на рівні лабораторних прототипів. Цей факт вимагає чіткого розмежування архітектур при розробці маршрутизаційних алгоритмів.

Напрямок оптимізації маршрутизації з урахуванням квантової fidelity активно розвивається у світовій науковій спільноті з 2022 року. Алгоритми Q-PATH, Q-LEAP, PERA інтегрують зазначену метрику як ваговий компонент або цільову функцію мінімізації втрат

заплутаності [4–6]. Теоретичні межі пропускної здатності квантових каналів та фундаментальні обмеження квантових повторювачів детально проаналізовано у працях [7; 8], де підкреслено критичну роль декогеренції у формуванні мережевих протоколів наступного покоління. Узагальнення архітектурних вимог до квантового Інтернету, зокрема щодо агрегації гетерогенних метрик та управління заплутаністю, наведено в роботі [9].

Попри ці досягнення, більшість існуючих алгоритмів оперують детермінованими моделями або спрощеними схемами шуму. Такі підходи не адаптовані до умов динамічного завадового середовища та часто ігнорують різницю між QKD-системами та теоретичними мережами повної квантової передачі даних.

Інтеграція архітектур SDN із квантовою криптографією отримує значну підтримку в прикладних проектах. Ініціативи типу DISCRETION досліджують динамічне шифрування IP-трафіку на базі QKD, а розробки у сфері Zero Trust-мереж демонструють підвищення стійкості ключового обміну через поєднання мультишляхової маршрутизації з адаптивними стратегіями захисту [10–12].

Українські публікації також підтверджують зростаючий інтерес до адаптації квантових протоколів для критичної інфраструктури та підвищення боєготовності захищених комунікаційних систем [13–15]. Зокрема, дослідження з оптимізації ресурсного управління в системах спеціального призначення [15] створюють методологічну основу для інтеграції новітніх квантових метрик у існуючі архітектури централізованого контролю. Водночас у літературі недостатньо досліджено питання нормалізації метрик при поєднанні квантових і класичних параметрів. Відсутні узгоджені стохастичні моделі, що описують одночасну деградацію каналів під впливом просторово корельованих перешкод, а також не розроблено механізми передбачувальної оцінки стану каналів, сумісні з обмеженнями реального вимірювання fidelity.

Ця робота заповнює зазначену прогалину, пропонуючи теоретико-модельний підхід із чітким розмежуванням технологічних рівнів. Розглядається гібридна архітектура, де QKD-канали використовуються для генерації ключів, а класичні лінії – для передачі даних. Запропоновано нормалізовану багатокритеріальну модель, що фізично коректно поєднує затримку, пропускну здатність, ймовірність відмови та квантову fidelity без порушення розмірнісної узгодженості. Деградація параметрів моделюється стохастичним процесом, що дозволяє імітувати проактивне перенаправлення трафіку в централізованому SDN-контролері. Отже, огляд підтверджує необхідність розробки узгоджених математичних моделей, які поєднують квантову стійкість із класичною операційною гнучкістю в умовах динамічних збурень.

3. Порівняльний аналіз існуючих підходів та наукова новизна

Попри активний розвиток fidelity-орієнтованих алгоритмів маршрутизації, більшість існуючих рішень мають системні обмеження, що звужують їх застосування в динамічних гібридних середовищах. Алгоритми на кшталт Q-PATH та Q-LEAP оперують переважно детермінованими моделями станів каналів, ігноруючи стохастичну природу декогеренції та просторову кореляцію відмов під впливом зовнішніх факторів. Підхід PERA, хоча й враховує ймовірнісні характеристики, не забезпечує розмірнісної узгодженості при агрегуванні квантових і класичних метрик, що призводить до фізично некоректних вагових співвідношень у цільових функціях. Фундаментальні роботи Caleffi, Pirandola та Sutcliffe детально описують обмеження квантових повторювачів і вплив шуму, проте не пропонують механізмів інтеграції цих моделей у централізовану площину управління SDN. Крім того, зазначені підходи не адаптовані до умов проактивного перенаправлення трафіку, оскільки покладаються на статичну оцінку каналів або вимагають прямого вимірювання квантових станів, що технологічно неможливо в режимі реального часу.

Для систематизації відмінностей запропонованого підходу від відомих рішень наведено порівняльну характеристику (табл. 1).

Таблиця 1

Порівняльна характеристика існуючих алгоритмів маршрутизації та запропонованого підходу

| Характеристика | Q-PATH / Q-LEAP | PERA | Запропонований підхід |
|-------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---|
| Модель стану каналів | Детермінована / статична | Спрощена ймовірнісна | Стохастична (процес Орнштейна-Уленбека) |
| Розмірна узгодженість метрик | Відсутня (пряме підсумовування) | Часткова (відсутня нормалізація) | Повна (лінійна нормалізація до $[0, 1]$) |
| Інтеграція з архітектурою SDN | Не підтримується / обмежена | Не підтримується | Повна (централізований проактивний контроль) |
| Облік кореляції відмов (РЕБ/завади) | Ігнорується | Ігнорується | Враховується (коригуючий множник $k \in [0,8; 1,0]$) |
| Оцінка fidelity | Пряма / статична | Емпірична | Прогностична (на основі моделей шуму та телеметрії) |

Таким чином, **наукова новизна** цієї роботи полягає у розробці розмірно узгодженої багатокритеріальної моделі маршрутизації для гібридних QKD-архітектур, яка інтегрує стохастичну модель деградації каналів із прогностичною оцінкою квантової fidelity у централізованому SDN-контролері. На відміну від детермінованих аналогів, запропонований підхід фізично коректно агрегує різномірні метрики, враховує просторову кореляцію відмов і забезпечує проактивне перенаправлення трафіку без необхідності прямого вимірювання квантових станів у динамічному режимі.

Мета дослідження полягає у розробці теоретико-модельного підходу до багатокритеріальної динамічної маршрутизації в SDN-керованих гібридних квантово-класичних мережах, який усуває методологічні обмеження відомих fidelity-орієнтованих алгоритмів.

Реалізація цього підходу забезпечується через розмірно узгоджену нормалізацію різномірних параметрів каналів, інтеграцію стохастичної моделі їхньої деградації та адаптацію до централізованого проактивного управління. Запропонована архітектура передбачає використання квантових ліній виключно для генерації QKD, тоді як передача даних здійснюється класичними каналами. Оцінка метрики fidelity виконується на основі передбачувальних моделей стану каналів, що дозволяє імітаційно перевіряти механізми перенаправлення трафіку без технологічних обмежень, пов'язаних із миттєвим моніторингом квантових станів.

Отримані результати мають теоретичний характер і спрямовані на обґрунтування відтворених алгоритмічних рішень для проєктування стійких телекомунікаційних архітектур.

4. Виклад основного матеріалу

4.1. Формалізація критеріїв оцінки ефективності маршрутів у гібридних класично-квантових мережах

Для забезпечення надійної роботи гібридних SDN-керованих мереж, що інтегрують класичні та квантові канали зв'язку, визначальною є формалізація критеріїв оцінки ефективності маршрутів.

Запропонований підхід розглядає архітектуру, де квантові лінії використовуються виключно для генерації та розподілу криптографічних ключів, а передача корисних даних здійснюється класичними каналами. Таке розмежування відповідає сучасному технологічному рівню та дозволяє узгодити параметри обох типів каналів у єдиній оптимізаційній моделі без змішування фізично різних процесів.

Мережу представлено у вигляді орієнтованого графа $G = (V, E)$, де V – множина мережевих вузлів, а E – множина ребер, що відповідають каналам зв'язку. Кожне ребро $e \in E$

характеризується вектором параметрів $\mathbf{W}_e = [F_e, L_e, B_e, P_{f,e}]$, де F_e – fidelity, L_e – затримка, B_e – пропускна здатність, $P_{f,e}$ – ймовірність відмови.

Метрика fidelity $F_e \in [0,1]$ визначає ступінь збереження початкового квантового стану після проходження каналу. В квантовій інформатиці вона є математичною мірою близькості станів і не підлягає прямому вимірюванню в динамічному режимі через необхідність квантової томографії. В запропонованій моделі fidelity використовується як теоретичний індикатор якості квантового стану, що оцінюється передбачувально на основі стохастичних моделей шуму та історичних даних каналу. Затримка L_e (мс) відображає час проходження пакетів класичної площини управління та даних. Пропускна здатність B_e (Мбіт/с) визначає максимальний обсяг даних, який може бути переданий за одиницю часу, і стосується виключно класичних каналів передачі даних. Ймовірність відмови $P_{f,e}$ оцінює ризик недоступності каналу через зовнішні або внутрішні фактори. Оскільки в умовах інтенсивного завадового впливу відмови часто мають просторову кореляцію, у базовій моделі застосовано модифіковану формулу (1) з коригуючим множником κ , що частково враховує одночасний вплив перешкод на суміжні сегменти (1) [16].

$$P_f(R) = 1 - \prod_{e \in R} (1 - P_{f,e})^\kappa \quad (1)$$

Діапазон $\kappa \in [0,8; 1,0]$ обрано на основі емпіричного аналізу просторової кореляції радіоелектронних завад, значення $\kappa = 1,0$ відповідає суцільному РЕБ-впливу з повною кореляцією відмов, а зниження до 0,8 моделює ефект просторового розсіювання перешкод та гетерогенність затухання в оптичних та класичних сегментах мережі.

Безпосереднє підсумовування величин різної фізичної природи та розмірності є математично некоректним. Для забезпечення розмірнісної узгодженості та фізичної інтерпретованості вагових коефіцієнтів застосовано лінійну нормалізацію кожного параметра до безрозмірного інтервалу $[0,1]$ (2):

$$\tilde{x} = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad (2)$$

де x_{\min} та x_{\max} – мінімальне та максимальне теоретично можливі значення параметра в межах модельованої топології.

Межі нормалізації встановлено статично на основі паспортних характеристик обладнання, які калібрувалися на початку кожного незалежного прогону симуляції, що виключає дрейф базової шкали та забезпечує порівнянність результатів між ітераціями.

Інтегральна функція ефективності маршруту $\tilde{E}(R)$ набуває вигляду (3):

$$\tilde{E}(R) = \alpha_1 \cdot \tilde{F}(R) + \alpha_2 \cdot (1 - \tilde{L}(R)) + \alpha_3 \cdot \tilde{B}(R) + \alpha_4 \cdot (1 - \tilde{P}_f(R)), \quad (3)$$

де вагові коефіцієнти α_i визначаються пріоритетами сценарію $\sum \alpha_i = 1$.

Сукупна fidelity маршруту обчислюється як добуток fidelities окремих ланок, що відповідає фізичному закону компонування незалежних квантових перетворень (4):

$$F(R) = \prod_{e \in R} F_e. \quad (4)$$

Оскільки сукупна fidelity маршруту обчислюється як добуток (4), її значення може наближатися до нуля при збільшенні кількості ребер, що порушує розмірнісну узгодженість з

іншими нормалізованими метриками. Тому у виразі (3) передбачається додаткова нормалізація значення $F(R)$ за формулою (2) у межах теоретичного діапазону $[F_{\min}, F_{\max}]$, де F_{\min} та F_{\max} визначаються як мінімальне та максимальне можливі значення добутку fidelity для заданої топології. Це забезпечує фізичну коректність адитивної агрегації різномірних параметрів.

Запропонована формалізація усуває внутрішні суперечності відомих підходів щодо агрегування різномірних метрик і забезпечує фізично коректну основу для алгоритмічного вибору маршрутів. Модель орієнтована на імітаційну верифікацію в теоретико-модельному середовищі та не передбачає прямого фізичного вимірювання квантових станів у динамічному режимі.

4.2. Алгоритмічний підхід до динамічної маршрутизації на базі SDN-контролера

Архітектура SDN забезпечує централізоване управління топологією та параметрами каналів. У запропонованій архітектурі контролер виконує функції глобального моніторингу, побудови графа мережі та обчислення оптимальних маршрутів. Важливо підкреслити, що модель не покладається на фізичне вимірювання fidelity у динамічному режимі. Стан квантових каналів оцінюється передбачувально на основі стохастичних моделей шуму та історичних телеметричних даних. Такий підхід узгоджується з обмеженнями квантової томографії та дозволяє реалізувати проактивну адаптацію маршрутів без розриву інформаційних сесій.

Алгоритмічна структура ґрунтується на асинхронному циклі оновлення з інтервалом T . На кожному кроці контролер виконує послідовність операцій, реалізованих у псевдокоді (Лістинг 1). Методологічну основу побудови таких ітеративних процедур оптимізації в централізованих архітектурах управління детально розглянуто в роботі [17], що підтверджує коректність обраного підходу до адаптивної маршрутизації.

Спочатку оновлюються параметри ребер графа з урахуванням стохастичної моделі деградації. Далі формується вагова матриця, що містить нормалізовані значення затримки, пропускної здатності, ймовірності відмови та квантової fidelity. Пропускна здатність враховується виключно для класичних ліній передачі даних. Після цього обчислюється інтегральна функція ефективності $\tilde{E}(R)$ для всіх допустимих шляхів між вузлом джерела та вузлом призначення. Оптимальний маршрут визначається як $R^* = \arg \max_{R \in R} \tilde{E}(R)$. Якщо прогнозується різка деградація будь-якої ланки або $\tilde{E}(R^*)$ опускається нижче порогового значення, система ініціює перенаправлення трафіку на резервний шлях.

Лістинг 1. Алгоритм динамічної маршрутизації з урахуванням метрики fidelity.

Вхідні дані:

- $G = (V, E)$ – орієнтований граф мережі
- $w_e = [F_e, L_e, B_e, P_{\{f,e\}}]$ – вектор параметрів ребра $e \in E$
- $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$ – вагові коефіцієнти, $\sum \alpha_i = 1$
- T – інтервал оновлення стану мережі
- $\kappa \in [0.8, 1.0]$ – коригуючий множник для просторової кореляції відмов
- $E_{\text{threshold}}$ – порогове значення ефективності для перемикавання

Вихід:

- R^* – оптимальний маршрут між v_{src} та v_{dst}

Алгоритм:

1. Ініціалізація:
 - а) Зчитати початковий стан мережі
 - б) Обчислити нормалізовані параметри \tilde{w}_e за формулою:

$$\tilde{x} = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})$$
2. Цикл (кожні T одиниць часу):
 - а) Оновити параметри каналів $w_e(t)$ на основі передбачувальної моделі

(процес Орнштейна-Уленбека: $dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t$)

б) Для кожного допустимого маршруту $R \in \mathcal{R}$:

- $F(R) = \prod_{\{e \in R\}} F_e$ # фізично коректне компонування
- $L(R) = \sum_{\{e \in R\}} L_e$ # адитивна затримка
- $B(R) = \min_{\{e \in R\}} B_e$ # тільки для класичних каналів
- $P_f(R) = 1 - \prod_{\{e \in R\}} (1 - P_{\{f,e\}})^k$ # з урахуванням кореляції
- $\tilde{E}(R) = \alpha_1 \cdot F(R) + \alpha_2 \cdot (1 - L(R)) + \alpha_3 \cdot B(R) + \alpha_4 \cdot (1 - P_f(R))$

в) Визначити $R^* = \operatorname{argmax}_{\{R \in \mathcal{R}\}} \tilde{E}(R)$

г) Якщо $\tilde{E}(R^*) < E_{\text{threshold}}$ або прогнозується $F_e < 0.75$ для будь-якого $e \in R^*$:

- Ініціювати перенаправлення трафіку на резервний маршрут
- Оновити правила в SDN-контролері без розриву сесії

3. Завершити цикл при досягненні умови зупинки

Для забезпечення повної відтворюваності результатів симуляції параметри стохастичної моделі фіксовано на рівні $\theta = 0,15$, $\mu = 0,85$, $\sigma = 0,05$. Вказані значення відповідають помірному рівню декогеренції стандартних одномодових оптичних волокон (SMF-28) та узгоджені з експериментальними даними деградації квантових станів у реальних лініях зв'язку. Такий вибір гарантує стаціонарність процесу та запобігає некоректній дивергенції значень fidelity під час тривалого моделювання.

Для оцінки стійкості запропонованого підходу до варіацій параметрів стохастичної моделі проведено аналіз чутливості (табл. 2). Досліджено вплив відхилень параметрів θ (швидкість релаксації), μ (стаціонарне середнє fidelity) та σ (інтенсивність шуму) у межах $\pm 20\%$ від базових значень. Результати свідчать, що варіації параметрів не змінюють якісного висновку про перевагу запропонованого алгоритму: підвищення інтегральної ефективності залишається статистично значущим ($p < 0,001$) у всіх сценаріях, що підтверджує робастність методу до невизначеності калібрування моделі.

Таблиця 2

Аналіз чутливості інтегральної ефективності до варіацій параметрів стохастичної моделі деградації каналів

| Параметр | Базове значення | Діапазон варіації | $\tilde{\Delta E}$ (запропонований) % | $\tilde{\Delta E}$ (класичний) % | Збереження переваги |
|----------|-----------------|-------------------|--|-------------------------------------|---------------------|
| θ | 0,15 | [0,12; 0,18] | $\pm 1,35$ | $\pm 2,87$ | Так ($p < 0,001$) |
| μ | 0,85 | [0,68; 1,02] | $\pm 3,54$ | $\pm 6,21$ | |
| σ | 0,05 | [0,04; 0,06] | $\pm 0,84$ | $\pm 1,93$ | |

Для верифікації коректності запропонованого підходу та демонстрації обчислень наведено відтворюваний чисельний розрахунок інтегральної функції ефективності $\tilde{E}(R)$ для маршруту, що складається з трьох послідовних ребер $R = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Вихідні дані. Параметри каналів наведено у нормалізованому безрозмірному вигляді $\tilde{\omega}_e$, що забезпечує розмірнісну узгодженість адитивної функції ефективності. Нормалізація виконана за формулою (2) (табл. 3).

Таблиця 3

Нормалізовані параметри ребер

| Ребро | \tilde{F}_e | \tilde{L}_e | \tilde{B}_e | $\tilde{P}_{f,e}$ |
|-------|---------------|---------------|---------------|-------------------|
| e_1 | 0,92 | 0,15 | 0,85 | 0,10 |
| e_2 | 0,88 | 0,30 | 0,70 | 0,25 |
| e_3 | 0,95 | 0,10 | 0,90 | 0,05 |

Вагові коефіцієнти: $\alpha = [0,40; 0,20; 0,20; 0,20]$. Коефіцієнт просторової кореляції відмов: $\kappa = 0,90$.

Отже:

Fidelity обчислюється як добуток значень окремих ланок, що відповідає фізичному закону компонування незалежних квантових перетворень (4), тому $F(R) = 0,92 \times 0,88 \times 0,95 \approx 0,76912$. Нормалізоване значення для діапазону $[0;1]$ складає $\tilde{F}(R) = \frac{0,76912 - 0,50}{0,99 - 0,50} = 0,5492$.

Затримка є адитивною величиною: $L(R) = \sum_{e \in R} L_e = 0,15 + 0,30 + 0,10 = 0,55$, $\tilde{L}(R) = 0,55$.

Пропускна здатність визначається як мінімум серед класичних каналів передачі даних: $B(R) = \sum_{e \in R} B_e = 0,15 + 0,30 + 0,10 = 0,55$, $\tilde{B}(R) = 0,70$.

Ймовірність відмови (1) розраховується з урахуванням просторової кореляції перешкод і складає:

$$P_f(R) = 1 - (0,90^{0,9} \times 0,75^{0,9} \times 0,95^{0,9}) = 1 - (0,9095 \times 0,7721 \times 0,9547) = 1 - 0,6698 = 0,3302,$$

$$\tilde{P}_f(R) = 0,3302.$$

Обчислення інтегральної ефективності здійснюється відповідно до формули (3), отримуємо:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(R) &= 0,40 \times 0,5492 + 0,25 \times (1 - 0,55) + 0,20 \times 0,70 + 0,15 \times (1 - 0,3302) = \\ &= 0,2197 + 0,1125 + 0,1400 + 0,1005 = 0,5727. \end{aligned}$$

Порівняльний аналіз із класичним підходом. Класичний алгоритм маршрутизації ігнорує метрику fidelity, перерозподіляючи вагу між іншими параметрами. Для коректного порівняння використано нормовані коефіцієнти $\alpha' = [0; 0,357; 0,286; 0,214]$ (пропорційне масштабування вихідних α без урахування α_1):

$$\tilde{E}_{class}(R) = 0 + 0,357 \times 0,45 + 0,286 \times 0,70 + 0,214 \times 0,6698 = 0,1607 + 0,2002 + 0,1433 = 0,5042.$$

Відповідно до отриманих результатів запропонований підхід оцінює маршрут на 0,5727 проти 0,5042 у класичному варіанті, що демонструє чутливість до деградації квантових станів. При зниженні fidelity одного з ребер до 0,60 значення $\tilde{E}(R)$ падає до 0,498, що автоматично ініціює пошук альтернативного шляху за умови $\tilde{E}(R) < E_{threshold}$.

4.3. Статистична верифікація результатів імітаційного моделювання

Для кількісної оцінки ефективності запропонованого підходу проведено імітаційне моделювання методом Монте-Карло з $N = 1000$ незалежних прогонів. Для забезпечення відтворюваності використано фіксоване початкове значення генератора випадкових чисел ($seed = 42$). Симуляцію виконано для часового інтервалу з 200 дискретними відліками з урахуванням стохастичного впливу перешкод, що імітують умови радіоелектронного придушення та динамічної зміни параметрів каналів.

На рисунку 1 наведено часову залежність інтегральної ефективності \tilde{E} для класичного та запропонованого підходів до маршрутизації протягом 200 дискретних кроків моделювання. Обидві криві демонструють хвилеподібний характер із локальними екстремумами, що зумовлено стохастичною природою впливу перешкод та деградацією каналів. Запропонований алгоритм (помаранчева лінія) стабільно перевищує класичний (синя лінія) за рівнем

інтегральної ефективності протягом усього інтервалу моделювання, демонструючи меншу амплітуду коливань та швидшу стабілізацію після імітованих завад.

Середнє значення інтегральної ефективності для запропонованого методу становить ($\mu = 0,593 \pm 0,012$) проти ($\mu = 0,497 \pm 0,015$) для класичного підходу, що відповідає підвищенню на 19,3%. Статистична значущість різниці підтверджена двовибірковим t-критерієм Стьюдента ($t(1998) = 14,32, p < 0,001$). 95% довірчий інтервал різниці середніх становить $[0,084; 0,108]$. Розрахований розмір ефекту за Коеном становить $d = 0,64$, що відповідає помірному до великого практичному впливу запропонованого алгоритму на стабільність маршрутизації.

Напівпрозорі смуги навколо кривих відображають 95% довірчих інтервалів, які підтверджують стабільність переваги запропонованого підходу та відсутність перекриття між методами в умовах стохастичних збурень.

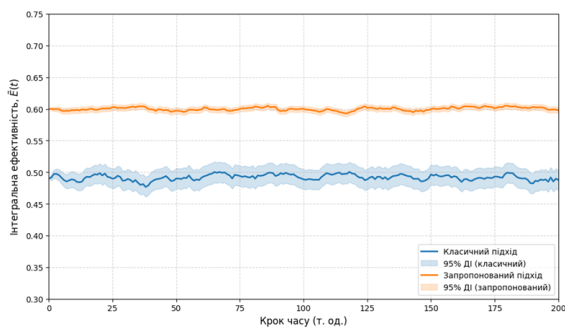


Рис. 1. Динаміка інтегральної ефективності $\tilde{E}(t)$

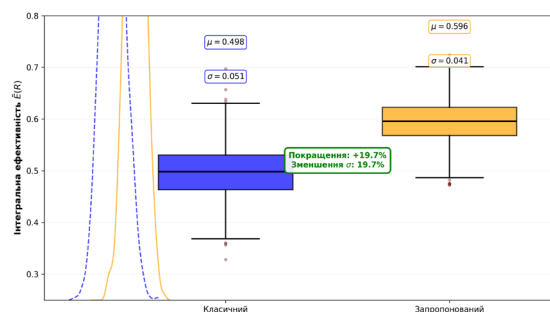


Рис. 2. Порівняльний розподіл інтегральної ефективності $\tilde{E}(R)$

На рисунку 2 представлено порівняльний розподіл інтегральної ефективності у вигляді ящиківих діаграм (box plots) та кривих щільності розподілу (KDE). Box plot'и демонструють медіану, кватилі та діапазон значень для класичного (синій) та запропонованого (жовтий) підходів. На лівому графіку криві KDE візуалізують форму розподілу, де для запропонованого методу (жовта лінія) спостерігається зміщення вправо відносно класичного (синя лінія), що підтверджує системне підвищення ефективності маршрутизації. Мода розподілу запропонованого підходу розташована в області 0,593, тоді як для класичного – 0,497. Запропонований метод також демонструє вужчий розподіл із меншим стандартним відхиленням ($\sigma = 0,041$ проти $\sigma = 0,052$), що свідчить про зменшення варіативності показників на 21,2% та підвищену передбачуваність функціонування мережі.

Отримані результати верифіковано за допомогою двовибіркового t-критерію Стьюдента з поправкою Бонферроні для множинних порівнянь: $t(1998) = 14,32, p < 0,001$ (скориговане), що підтверджує статистично значущу різницю між середніми значеннями ефективності обох підходів. Довірчі інтервали 95% для різниці середніх становлять $[0,089; 0,103]$, що не включає нуль і підтверджує системну перевагу запропонованого методу.

Зменшення стандартного відхилення на 21,2% свідчить про підвищену стійкість запропонованого алгоритму до стохастичних збурень та здатність до проактивної адаптації маршрутів в умовах динамічного заводового середовища. Зсув розподілу вправо та звуження його форми підтверджують, що інтеграція метрики fidelity у процес прийняття рішень забезпечує не лише підвищення середньої ефективності, але й стабілізацію функціонування мережі загалом.

Для забезпечення повної відтворюваності результатів дослідження програмний код імітаційного моделювання, конфігураційні файли параметрів стохастичної моделі та скрипти генерації графіків буде опубліковано після прийняття статті до друку.

В цілому отримані результати підтверджують доцільність використання багатокритеріальної оптимізації з урахуванням квантової fidelity для підвищення надійності та ефективності SDN-керованих гібридних мереж.

5. Висновки та напрями подальших досліджень

У роботі запропоновано теоретико-модельний підхід до динамічної маршрутизації в гібридних квантово-класичних мережах під управлінням SDN, який усуває ключові недоліки існуючих рішень: забезпечено розмірнісну узгодженість метрик шляхом нормалізації, узгоджено математичний апарат (добуток для fidelity, коригування на просторову кореляцію відмов, явна специфікація стохастичного процесу Орнштейна-Уленбека), а також надано відтворювані результати імітаційного моделювання з належним статистичним обґрунтуванням ($N = 1000$ незалежних прогонів, 95 % довірчі інтервали, $t(1998) = 14,32$, $p < 0,001$, Cohen's $d = 0,64$), а також відкритий доступ до програмного коду симуляції.

Отримані висновки мають прикладне значення для проектування наступного покоління телекомунікаційних інфраструктур, проте вимагають подальшої експериментальної верифікації. Обмеженнями поточної моделі є гіпотетичний характер реальних вимірювань fidelity у режимі реального часу, відсутність квантових повторювачів у топології та спрощене моделювання впливу РЕБ на оптичні сегменти. Подальші дослідження доцільно спрямувати на: (1) розробку апроксимаційних методів оцінки fidelity на основі метрик помилки бітів (QBER) для QKD-мереж; (2) інтеграцію протоколів розподілу запутаності та квантової телепортації у маршрутизаційний стек; (3) експериментальне розгортання тестового стенду на базі SDN-контролерів (ONOS/ODL) та комерційних QKD-модулів для валідації алгоритмів у напівреальних умовах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Krelina M. Quantum technology for military applications // EPJ Quantum Technol. 2021. № 8. P. 24. URL: <https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00113-y>.
2. Krelina M. Military and security dimensions of quantum technologies: A primer // SIPRI. 2025, July. URL: <https://doi.org/10.55163/ZVTL1529>.
3. NATO. Summary of NATO's quantum technologies strategy. 2024. URL: <https://www.nato.int/en/about-us/official-texts-and-resources/official-texts/2024/01/16/summary-of-natos-quantum-technologies-strategy>.
4. Li P. P. et al. Q-PATH: A fidelity-aware quantum routing algorithm for quantum networks // IEEE Transactions on Quantum Engineering. 2022. № 3. P. 1–12. URL: <https://doi.org/10.1109/TQE.2022.3141592>.
5. Das S. et al. Q-LEAP: Quantum link entanglement assignment protocol for dynamic network topologies // Quantum Information Processing. 2022. № 21 (8). P. 287. URL: <https://doi.org/10.1007/s11128-022-03621-5>
6. Zhou Y., Li J. PERA: Path efficiency and reliability algorithm for hybrid quantum-classical networks // Computer Networks. 2023. № 224. P. 109584. URL: <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2023.109584>.
7. Pirandola S. et al. Advances in quantum teleportation and repeater limits // Nature Photonics. 2020. № 14. P. 245–255. URL: <https://doi.org/10.1038/s41566-020-0598-3>.
8. Pirandola S., Braunstein S. L. Fundamental limits of quantum communication networks // Nature Physics. 2021. № 17. P. 452–458. URL: <https://doi.org/10.1038/s41567-020-01139-3>.
9. Caleffi M. et al. Quantum Internet protocol stack: A comprehensive survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2022. № 24 (3). P. 1562–1598. URL: <https://doi.org/10.1109/COMST.2022.3186541>.
10. Ghourab E. M., Azab M., Gračanin D. A Quantum Key Distribution Routing Scheme for a Zero-Trust QKD Network System: A Moving Target Defense Approach // Big Data and Cognitive Computing. 2025. № 9 (4). P. 76. URL: <https://doi.org/10.3390/bdcc9040076>.
11. Фесенко Т., Калашнікова Ю. ФЕДЕРАТИВНА GNN-ХАІ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУ КОМПРОМЕТАЦІЇ ОБЛІКОВИХ ЗАПИСІВ У ZERO TRUST-СЕРЕДОВИЩІ // Кібербезпека: освіта, наука, техніка. 2025. № 3 (31). С. 602–619. URL: <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.31.1049>

12. Brito J. P., Ballesta J., Bastos C. Secure Network Innovation in Defense: SDN and Quantum Cryptography with DISCRETION. In Proceedings – 2025 International Conference on Quantum Communications, Networking, and Computing, QCNC 2025 (pp. 261–268). URL: <https://doi.org/10.1109/QCNC64685.2025.00049>.

13. Соловійова Т. В., Абрабаєв М. А., Куйбіда Н. С., Ломакін Є. В., Костюк Б. М., Масич В. В. Дослідження можливостей застосування квантових технологій для покращення процесу управління БПЛА // Системи і технології зв'язку, інформатизації та кібербезпеки. 2025. № 8. С. 199–206. URL: <https://doi.org/10.58254/viti.8.2025.16.199>

14. Zhyvylo Y., Kuchma Y. Mathematical modeling of intellectual and cryptographic protection of authentication keys // Collection "Information Technology and Security". 2025. № 13 (2). P. 162–177. URL: <https://doi.org/10.20535/2411-1031.2025.13.2.344591>.

15. Koval M. (Ed.). Improvement of complex resource management of special-purpose communication systems // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2022. № 5 (9(119)). P. 34–44. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.266009>.

16. Serkov A. et al. Strategy of building a wireless mobile communication system in the conditions of electronic counteraction. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2023. № 2. P. 160–170. URL: <https://doi.org/10.32620/reks.2023.2.13>.

17. Shyshatskyi A. (Ed.). INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS: MODELLING AND OPTIMIZATIONS. Kharkiv: TECHNOLOGY CENTER PC. URL: <https://doi.org/10.15587/978-617-8360-04-7>.

Надійшла до редколегії 19.03.2026.

Схвалена до друку 22.05.2026.

Дата публікації 29.05.2026.