

УДК 621.391.17

д-р техн. наук, професор Єрохін В. Ф. ORCID: 0000-0001-7194-8577 (ВІТІ ім. Героїв Крут)
канд. техн. наук, професор Радзівілов Г. Д. ORCID: 0000-0002-6047-1897 (ВІТІ ім. Героїв Крут)
Коваленко О. О. ORCID: 0009-0008-4087-8770 (ВІТІ ім. Героїв Крут)

ПОШУК ШЛЯХІВ РЕДУКЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗДІЛЕННЯ-ДЕМОДУЛЯЦІЇ ВЗАЄМНО НЕОРТОГОНАЛЬНИХ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ

У статистичній теорії розділення (СТР) цифрових сигналів (ЦС), як у самостійному відгалуженні в теорії багатокористувацького детектування, розглядаються задачі розділення-демодуляції сигналів, взаємно неортогональних на довжині інформаційного тактового інтервалу. При цьому за критерій оптимальності вибирається мінімум імовірності помилки в оцінці групового або індивідуальних інформаційних дискретних параметрів. Аналіз завадостійкості алгоритмів обробки адитивної суміші взаємно неортогональних ЦС, що синтезуються методами СТР за індивідуальним критерієм, дозволяє одержувати відповіді на питання про межі їх потенційної завадостійкості. На сьогодні вже одержані результати такого аналізу для випадків Binary Phase Shift Keying (BPSK), коли взаємно неортогональних сигналів – не більше трьох. Однак ці результати мають скоріше теоретичне значення. Відомо, що складність алгоритмів розділення-демодуляції, оптимальних за індивідуальним критерієм, характеризується експоненціальною залежністю їх складності від кількості та позиційності ЦС, що підлягають розділенню. Лінійна залежність складності спостерігається лише в окремих випадках – наприклад, коли в спостереженні присутня деяка, наперед задана кількість взаємно ортогональних сигналів і лише один, неортогональний всім.

Виконується оцінювання можливостей спрощення оптимальних алгоритмів розділення-демодуляції і детально розглядається випадок, коли в спостереженні присутні три взаємно неортогональні сигнали BPSK, в загальному випадку асинхронні за тактовими точками. Пропонується підоптимальний редуційований алгоритм, суттєво спрощений порівняно з таким, що є оптимальним за індивідуальним критерієм оптимальності. За найгіршого випадку взаємної лінійної залежності між сигналами наведена умова його роботоспроможності. За більш загальних умов – довірливих ступеней неортогональності між сигналами продемонстровано, що суттєвого спрощення алгоритму розділення-демодуляції трьох ЦС можна дістатись, забезпечивши певні відміни в миттєвих потужностях між сигналами.

Наводяться приклади редуційованих структурних схем алгоритмів розділення-демодуляції трьох взаємно неортогональних сигналів BPSK, синхронних та асинхронних за тактовими точками. Виконані оцінки втрат у завадостійкості внаслідок запропонованих спрощень.

Ключові слова: цифрові сигнали, взаємна неортогональність, критерій оптимальності, розділення-демодуляція, редукція, імовірність помилки.

V. Yerokhin, G. Radzivilov, O. Kovalenko. Search for ways to reduce optimal algorithms for separation-demodulation of mutually nonorthogonal digital signals

In the statistical theory of separation (STS) of digital signals (DS), as in an independent branch in the theory of multi-user detection, the problems of separation-demodulation of signals that are mutually non-orthogonal in the length of the information clock interval are considered. In this case, the minimum probability of error in the estimation of group or individual information discrete parameters is chosen as the optimality criterion. Analysis of the noise immunity of algorithms for processing an additive mixture of mutually non-orthogonal DS synthesized by STS methods according to an individual criterion allows us to obtain answers to questions about the limits of their potential noise immunity. To date, the results of such an analysis have already been obtained for the cases of Binary Phase Shift Keying (BPSK), when there are no more than three mutually non-orthogonal signals. However, these results are rather of theoretical significance. The fact is that the complexity of the separation-demodulation algorithms, optimal according to the individual criterion, is characterized by an exponential dependence of their complexity on the number and position of the DS to be separated. A linear dependence of the complexity is observed only in some cases – for example, when the observation contains a certain, predetermined number of mutually orthogonal signals and one, non-orthogonal to all.

The possibilities of simplifying optimal division-demodulation algorithms are evaluated and the case is considered in detail when three mutually non-orthogonal BPSK signals are observed, in the general case asynchronous in clock points. A suboptimal reduced algorithm is proposed, significantly simplified in comparison with the one that is optimal

in terms of the individual optimality criterion. The condition for its operability is given for the worst case of mutual linear dependence between the signals. Under more general conditions - arbitrary degrees of non-orthogonality between the signals – it is demonstrated that a significant simplification of the division-demodulation algorithm for three DS can be achieved by providing certain cancellations in the instantaneous powers between the signals.

Examples of reduced structural schemes of division-demodulation algorithms for three mutually non-orthogonal BPSK signals, synchronous and asynchronous in clock points, are given. Estimates of noise immunity losses due to the proposed simplifications were made.

Keywords: digital signals, mutual non-orthogonality, optimality criterion, separation-demodulation, reduction, error probability.

Постановка задачі. Розв'язанню актуальної проблеми нестачі каналного (частотного) радіоресурсу спеціалістами в галузі електронних комунікацій в усьому світі приділяється невинно зростаюча увага. Бурхливо розвиваються нові дослідницькі напрямки в межах загальної теорії електронних комунікацій – теорія багатокористувацького детектування (БКД) та її самостійне відгалуження – статистична теорія розділення (СТР) цифрових сигналів (ЦС) [1–4 та ін.], неортогональний множинний доступ (НОМД) [5; 6 та ін.]. Створення та розвиток вищезазначених теорій обумовили появу прикладного напрямку їх спільного застосування – так званого НОМД з розподілом за потужністю (англ. Power Domain – Nonorthogonal Multiple Access, PD-NOMA [7; 8]).

Під час дослідження питань за тематикою PD-NOMA з'ясувалось, що відміни в миттєвих потужностях взаємно неортогональних сигналів, що підлягають розділенню, повинні дорівнювати 6 дБ або дещо більше [3; 9–12], і тому з практичних міркувань на сучасному етапі слід обмежуватись застосуванням у спільному частотному ресурсі не більше, ніж трьома сигналами.

Алгоритм розділення-демодуляції трьох взаємно неортогональних ЦС з двійковою фазовою маніпуляцією (Binary Phase Shift Keying, BPSK), синтезований із залученням СТР за критерієм мінімуму ймовірності помилки в оцінці інформаційних дискретних параметрів (ДП) кожного із сигналів [3], може бути одержаний із загального рішення [1, с. 161–162]. При цьому виявилась технічно неприйнятна складність цього алгоритму навіть при взаємному тактовому синхронізмі сигналів.

Мета дослідження. Одержання прийнятних за складністю редуційованих (спрощених) підоптимальних алгоритмів розділення-демодуляції трьох нерівноенергетичних взаємно неортогональних сигналів BPSK, синхронних та асинхронних за тактовими точками. Оцінка втрат у завадостійкості внаслідок технологічно прийнятних спрощень.

Виклад основного матеріалу

1. Оцінювання можливостей редукції оптимальних алгоритмів розділення-демодуляції взаємно неортогональних цифрових сигналів

Правило прийняття рішень (ППР) $r_1^* = \overline{0,1}$ щодо значення $r_1 = \overline{0,1}$ інформаційного ДП першого ЦС, що спостерігається на фоні адитивного впливу двох подібних взаємно неортогональних ЦС, синхронних йому за тактовими точками за моделі спостереження

$$y_t = \sum_{i=1}^3 (-1)^{r_i} s_i(t) + n(t), \quad (1)$$

$$t \in [t_{k-1}, t_k); r_i = \overline{0,1}; k = 1, 2, 3 \dots$$

має вид (випадок, коли всі три сигнали – взаємно неортогональні, синхронні за тактовими точками та апіорі рівноймовірні за станами їх інформаційних ДП – $p(r_{1,2,3} = 0) = p(r_{1,2,3} = 1) = 0,5$ [3]):

$$r_1^* = \text{rect}(-K_0 thb_1 - K_{12} \cdot thb_2 - K_{13} \cdot thb_3 - K_{23} \cdot thb_1 \cdot thb_2 \cdot thb_3);$$

$$\text{rect}(x \geq 0) = 1; \text{rect}(x < 0) = 0. \quad (2)$$

Тут

$$K_0 = 1 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23};$$

$$K_{12} = -th2R_{12} + th2R_{13}th2R_{23};$$

$$K_{13} = -th2R_{13} + th2R_{12}th2R_{23};$$

$$K_{23} = -th2R_{23} + th2R_{12}th2R_{13}.$$

Далі,

$$b_i = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y_t s_i(t) dt; \quad R_{ij} = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_i(t) s_j(t) dt = \rho_{ij} \sqrt{h_i^2 h_j^2};$$

$$\rho_{ij} \in (0, 1]; \quad h_i^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_i^2(t) dt; \quad i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad i \neq j. \quad (3)$$

Відповідно, $t_k - t_{k-1} = T$ – інформаційний тактовий інтервал.

Якщо в спостереженні (1) сигналів лише 2 ($i = \overline{1, 2}$), то досить складне ППР (2) радикально спрощується:

$$r_1^* = \text{rect}(-thb_1 + thb_2 th2R_{12}), \quad (4)$$

або

$$r_1^* = \text{rect}[-b_1 + \text{Arth}(thb_2 th2R_{12})].$$

Якщо в спостереженні (1) другий і третій сигнали – взаємно ортогональні ($R_{23} = 0$), маємо також суттєве спрощення ППР (2):

$$r_1^* = \text{rect}(-thb_1 + thb_2 th2R_{12} + thb_3 th2R_{13} + thb_1 thb_2 thb_3 th2R_{12} th2R_{13}),$$

або (застосовуючи перетворення, що не впливають на знак аргументу ППР):

$$r_1^* = \text{rect}[-b_1 + \text{Arth}(thb_2 th2R_{12}) + \text{Arth}(thb_3 th2R_{13})]. \quad (5)$$

За умови, що перший та другий сигнали один одному не заважають ($R_{12} = 0$), маємо:

$$r_1^* = \text{rect}(-thb_1 + thb_3 th2R_{13} - thb_2 th2R_{13} th2R_{23} + thb_1 thb_2 thb_3 th2R_{23}),$$

або, вважаючи перший та другий взаємно ортогональні сигнали корисними:

$$r_i^* = \text{rect} \left\{ -b_i + \text{Arth} \left[th2R_{i3} th \left(b_3 - \text{Arth}(thb_{3-i} th2R_{3-i;3}) \right) \right] \right\}, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (6)$$

За умови, що в спостереженні (1) першому сигналу заважає лише другий ($R_{13} = 0$), якому заважає лише третій, ППР (2) також редуціюється:

$$r_1^* = \text{rect}(-thb_1 + thb_2 th2R_{12} + thb_3 th2R_{12} th2R_{23} + thb_1 thb_2 thb_3 th2R_{12} th2R_{23}),$$

або (перетворюючи аргумент ППР без впливу на його знак):

$$r_1^* = \text{rect}\{-b_1 + \text{Arth}[th2R_{12}th(b_2 - \text{Arth}(thb_3th2R_{23}))]\}. \quad (7)$$

ППР (5)–(7) за необхідності по індукції піддаються узагальненню на довільну кількість взаємно неортогональних сигналів за тих самих умов.

Тобто, в наведених прикладах, коли деякі сполучення сигналів є взаємно ортогональними, вдається уникнути експоненціального зростання складності залежно від загальної кількості сигналів, що підлягають розділенню. Однак зазначимо, що вищенаведені приклади відповідають умові синхронізму всіх сигналів за тактовими точками.

Другий метод редукції оптимальних ППР – нехтування впливом сукупностей менш потужних сигналів на більш потужні. Це можливо за умови, що будь-які пари сигналів відрізняються за потужністю не менш ніж на 6 дБ [3; 9–11]. Із результатів аналізу відомо, що в таких умовах завадостійкість більш потужних сигналів буде приблизно дорівнювати завадостійкості найменш потужного, при виділенні якого вплив більш потужних буде усуватись згідно з оптимальним ППР.

Можна показати, що навіть при такому підході до редукції алгоритмів розділення-демодуляції взаємно неортогональних сигналів BPSK їх складність (кількість ланцюгів компенсації) буде суттєво залежати від наявності взаємного синхронізму за тактовими точками:

Таблиця 1

Складність алгоритмів розділення-демодуляції
залежно від взаємного синхронізму сигналів за тактовими точками

N сигн.	2	3	4	5	6
K синхр.	1	3	6	10	15
K асинхр.	2	8	20	40	70

У таблиці 1 N сигн. – кількість взаємно неортогональних сигналів, K синхр. та K асинхр. – кількість ланцюгів компенсації за умов синхронізму або асинхронізму сигналів за тактовими точками відповідно. В загальному випадку:

$$K \text{ синхр.} = \sum_{i=2}^{N \text{ сигн.}} (i-1); \quad K \text{ асинхр.} = \sum_{i=2}^{N \text{ сигн.}} i(i-1).$$

Виконаємо перетворення, що спрощує аргумент ППР (2). При цьому будемо застосовувати операції, що не впливають на його знак як такий, що лише він визначає прийняття рішень r_1^* . Введемо обмежуючі умови:

$$h_3^2 = 4h_2^2 = 16h_1^2; \quad \rho = 1; \quad h_1^2 \gg 1. \quad (8)$$

Вимога відміни в миттєвих потужностях між сигналами в 6 дБ обумовлена тим, що ефективно розділення-демодуляція взаємно неортогональних ЦС можливе лише за такої відміни. Якщо нерівнопотужних сигналів – N , то треба, щоб виконувались умови (див. графіки в [3, с. 163–165]):

$$2 \sum_{i=1}^{k-1} \sqrt{h_i^2} \leq \sqrt{h_k^2}; \quad k = \overline{2, N}.$$

Окрім того, далі будемо застосовувати наближення $th(x) \approx sign(x)$; $sign(x \geq 0) = 1$; $sign(x < 0) = -1$, що є виправданим за умов (8).

Представимо попередньо ППР (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} r_1^* &= rect[-thb_1(K_0 + K_{23} \cdot thb_2 \cdot thb_3) - K_{12}thb_2 - K_{13}thb_3] = \\ &= rect\left[-b_1 - Arth \frac{K_{12} \cdot thb_2 + K_{13} \cdot thb_3}{K_0 + K_{23} \cdot thb_2 \cdot thb_3}\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Таке перетворення є припустимим, якщо знаменник у (9) є позитивним. Для цього представимо його в еквівалентній формі:

$$\begin{aligned} K_0 + K_{23} \cdot thb_2 \cdot thb_3 &= (1 - thb_2thb_3th2R_{23})(1 + thb_2thb_3th2R_{12}th2R_{13}) + \\ &+ th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}(th^2b_2th^2b_3 - 1). \end{aligned}$$

Тобто, представлення (9) в усякому разі можна застосовувати так:

$$r_1^* = rect\left[-b_1 - Arth \frac{K_{12} \cdot signb_2 + K_{13} \cdot signb_3}{K_0 + K_{23} \cdot signb_2 \cdot signb_3}\right]. \quad (10)$$

Покажемо також, що у загальному випадку знаменник аргументу ППР (9) завжди є позитивним. Для цього знайдемо його похідну за складеною змінною thb_2thb_3 і прирівняємо до нуля:

$$(K_0 + K_{23} \cdot thb_2 \cdot thb_3)'_{thb_2 \cdot thb_3} = th2R_{23} - th2R_{12}th2R_{13} = 0.$$

$$\text{Звідси } th2R_{23} = th2R_{12}th2R_{13} = \alpha.$$

Підставимо рішення в знаменник (9):

$$\begin{aligned} K_0 + K_{23} \cdot thb_2 \cdot thb_3 &= (1 - \alpha thb_2thb_3)(1 + \alpha thb_2thb_3) + \alpha^2(th^2b_2th^2b_3 - 1) = \\ &= 1 - \alpha^2 > 0. \end{aligned}$$

Водночас спрощене представлення (10) цілком виправдане, тому що найслабшим тут запропоновано перший сигнал, а другий та третій відрізняються на 6 та 12 дБ в бік збільшення відповідно, а прийнятними для користувача вимоги до ймовірності помилки представляються не гірше 10^{-3} . Тобто, очікувані відношення сигнал/шум $h_2^2, h_3^2 \gg 1$, і, як наслідок, можемо припустити $thb_{2,3} \approx signb_{2,3}$. В [12] доведено, що при демодуляції-розділенні двох взаємно неортогональних сигналів таке наближення в аргументі ППР призводить до збільшення зони пониженої завадостійкості орієнтовно в межах $(1,5 \div 2)$ дБ.

З метою подальшої редукції ППР (10) покажемо, що за умов (8) можна також припустити, що $K_{23}/K_0 \approx K_{12}K_{13}/K_0^2$. Дійсно,

$$\begin{aligned} K_{12}K_{13} &= th2R_{23}(-th^22R_{12} - th^22R_{13} + th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}) + th2R_{12}th2R_{13} \cong \\ &\cong -th2R_{23}(2 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}) + th2R_{12}th2R_{13} \cong \\ &\cong -th2R_{23} + th2R_{12}th2R_{13} = K_{23}. \end{aligned}$$

Далі,

$$\begin{aligned}
 K_0^2 &= 1 - 2th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23} + th^22R_{12}th^22R_{13}th^22R_{23} = \\
 &= 1 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}(2 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}) \cong \\
 &\cong 1 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23} = K_0.
 \end{aligned}$$

За таких припущень ППР (10) перепишеться так:

$$\begin{aligned}
 r_1^* &= rect \left[-b_1 - Arth \frac{(K_{12}/K_0) \cdot signb_2 + (K_{13}/K_0) \cdot signb_3}{1 + (K_{12}K_{13}/K_0^2) \cdot signb_2 \cdot signb_3} \right] = \\
 &= rect \left[\begin{aligned} &-b_1 + Arth \left(signb_2 \frac{th2R_{12} - th2R_{13}th2R_{23}}{1 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}} \right) + \\ &+ Arth \left(signb_3 \frac{th2R_{13} - th2R_{12}th2R_{23}}{1 - th2R_{12}th2R_{13}th2R_{23}} \right) \end{aligned} \right] = \\
 &= rect \left[\begin{aligned} &-b_1 + signb_2 [2R_{12} - Arth(th2R_{13}th2R_{23})] + \\ &+ signb_3 [2R_{13} - Arth(th2R_{12}th2R_{23})] \end{aligned} \right]. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Одержане тут редуційоване ППР (11), як буде продемонстровано нижче, потребує додаткового пояснення. Справа в наступному. Якщо взаємно неортогональних сигналів – лише два, то рішення $r_{1,2}^* = \overline{0,1}$; щодо значень ДП кожного з них можна приймати одночасно. Якщо ж сигналів більше двох, то ні оптимальне ППР (2), ні його редуційований варіант (10) працювати не будуть. Наприклад, у випадку, який тут розглядається, якщо не усувати вплив найбільш потужного, третього сигналу на другий, то за ймовірністю (враховуючи присутність в моделі спостереження впливу АБГШ) будемо мати: $r_2^* \equiv r_3^*$.

Пояснимо це твердження. Дійсно, величини на виходах кореляторів кожного з трьох сигналів (див. (3)) за умов (8) і нехтування впливом АБГШ матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
 b_1 &\simeq (-1)^{r_1} 2h_1^2 + (-1)^{r_2} 4h_1^2 + (-1)^{r_3} 8h_1^2; \\
 b_2 &\simeq (-1)^{r_1} 4h_1^2 + (-1)^{r_2} 8h_1^2 + (-1)^{r_3} 16h_1^2; \\
 b_3 &\simeq (-1)^{r_1} 8h_1^2 + (-1)^{r_2} 16h_1^2 + (-1)^{r_3} 32h_1^2. \quad (12)
 \end{aligned}$$

А тоді, очевидно, якщо не усувати насамперед вплив найбільш потужного сигналу, завжди будемо мати $r_2^* = signb_2 = signb_3$. Однак якщо потурбуватись за прийняття рішень r_3^* раніше за прийняття рішень r_2^* і попередньо усунути вплив третього, найбільш потужного сигналу на другий, нехтуючи при цьому найменш потужним, першим (поклавши $R_{12} = R_{13} = 0$), то з ППР (2) маємо:

$$r_2^* = rect[-b_2 + signb_3 \cdot 2R_{23}].$$

В результаті, за додаткових спрощень (згідно з (3) $R_{12}, R_{13}, R_{23} > 0$)

$$\text{Arth}(\text{th}2R_{12}\text{th}2R_{13}) \cong 2R_{12}; \text{Arth}(\text{th}2R_{13}\text{th}2R_{23}) \cong 2R_{23},$$

які у нашому прикладі ініційовані можливістю прозорого фізичного трактування, остаточно маємо:

$$r_1^* = \text{rect}[-b_1 + (2R_{12} - 2R_{13})\text{sign}(b_2 - 2R_{23}\text{sign}b_3) + (2R_{13} - 2R_{23})\text{sign}b_3]. \quad (13)$$

Можна побачити, що в нашому прикладі за умов (8) ППР (13) з урахуванням (12) набуває прозорого для фізичного трактування вигляду (рис. 1):

$$r_1^* = \text{rect}[-b_1 - 2R_{12} \cdot \text{sign}(b_2 - 2R_{23} \cdot \text{sign}b_3) - 2R_{13} \cdot \text{sign}b_3]. \quad (14)$$

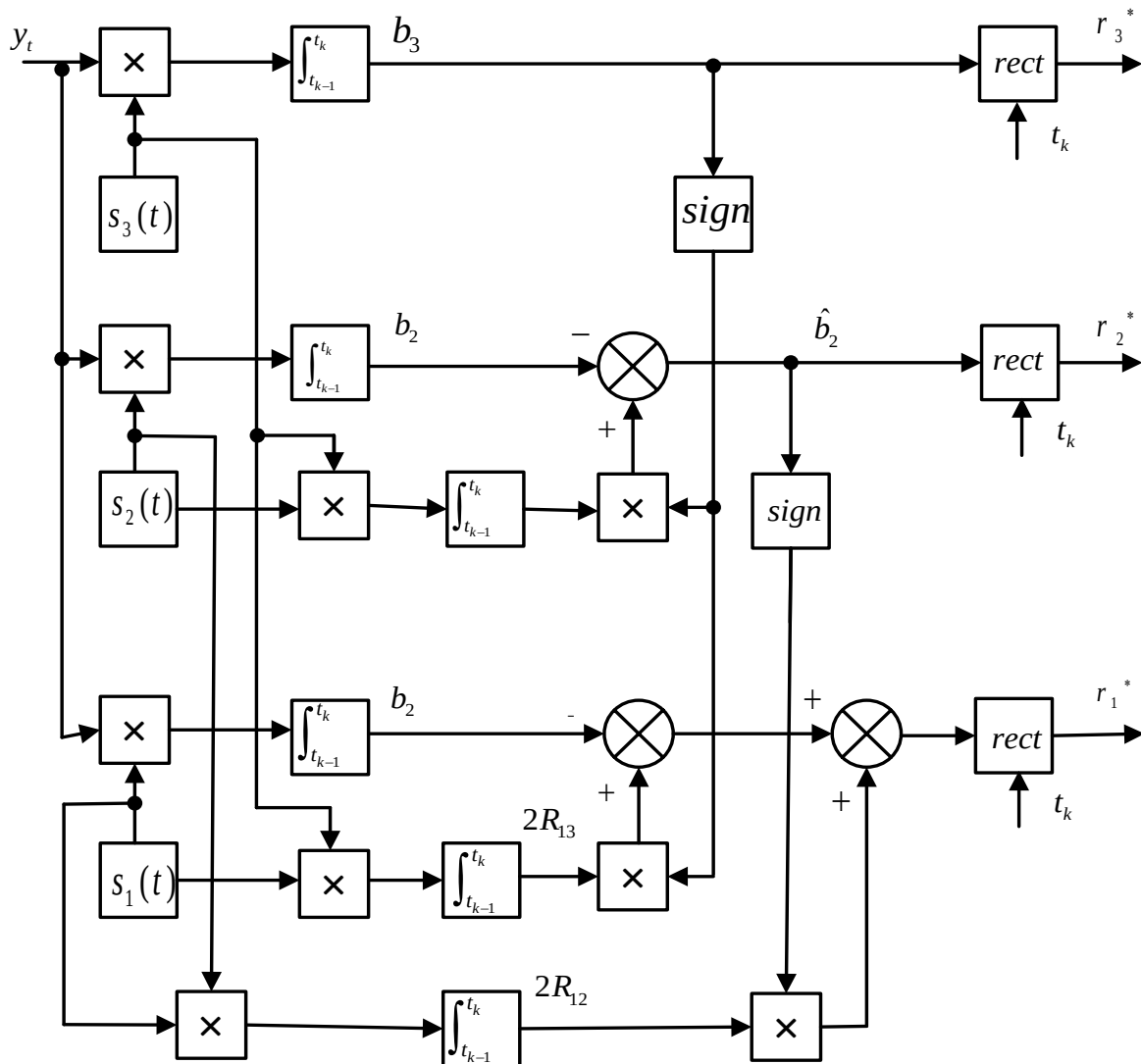


Рис. 1. Підоптимальний алгоритм розділення-демодуляції трьох синхронних нерівнопотужних сигналів BPSK

Або, за позначень (8):

$$r_1^* = \text{rect}[-b_1 - 4h_1^2 \cdot \text{sign}(b_2 - 16h_1^2 \cdot \text{sign}b_3) - 8h_1^2 \cdot \text{sign}b_3]. \quad (15)$$

По індукції можна одержати низку ППР для найслабкішого першого сигналу – наприклад, коли нерівнопотужних сигналів – чотири:

$$r_1^* = \text{rect} \left\{ \begin{aligned} & -b_1 - 2R_{12} \cdot \text{sign}[b_2 - 2R_{23} \cdot \text{sign}(b_3 - 2R_{34} \text{sign}b_4) - 2R_{24} \text{sign}b_4] - \\ & -2R_{13} \cdot \text{sign}(b_3 - 2R_{34} \text{sign}b_4) - 2R_{14} \text{sign}b_4 \end{aligned} \right\}.$$

З метою демонстрації роботоспроможності редуційованого алгоритму (14) та його представлення (15) за позначень (12) складемо таблицю 2.

Таблиця 2

Таблиця перевірки роботоспроможності редуційованого алгоритму (14)

N ₀	r ₁	r ₂	r ₃	b ₁	b ₂	b ₃	signb _{1,2,3}	r ₃ [*]
1	0	0	0	2h ₁ ² + 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = = 14h ₁ ²	4h ₁ ² + 8h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 28h ₁ ²	8h ₁ ² + 16h ₁ ² + 32h ₁ ² = = 56h ₁ ²	1	0
2	0	0	1	2h ₁ ² + 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = = -2h ₁ ²	4h ₁ ² + 8h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -4h ₁ ²	8h ₁ ² + 16h ₁ ² - 32h ₁ ² = = -8h ₁ ²	-1	1
3	0	1	0	2h ₁ ² - 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = = 6h ₁ ²	4h ₁ ² - 8h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 12h ₁ ²	8h ₁ ² - 16h ₁ ² + 32h ₁ ² = = 24h ₁ ²	1	0
4	0	1	1	2h ₁ ² - 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = = -10h ₁ ²	4h ₁ ² - 8h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -20h ₁ ²	8h ₁ ² - 16h ₁ ² - 32h ₁ ² = = -40h ₁ ²	-1	1
5	1	0	0	-2h ₁ ² + 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = = 10h ₁ ²	-4h ₁ ² + 8h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 20h ₁ ²	-8h ₁ ² + 16h ₁ ² + 32h ₁ ² = = 40h ₁ ²	1	0
6	1	0	1	-2h ₁ ² + 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = = -6h ₁ ²	-4h ₁ ² + 8h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -12h ₁ ²	-8h ₁ ² + 16h ₁ ² - 32h ₁ ² = = -24h ₁ ²	-1	1
7	1	1	0	-2h ₁ ² - 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = = 2h ₁ ²	-4h ₁ ² - 8h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 4h ₁ ²	-8h ₁ ² - 16h ₁ ² + 32h ₁ ² = = 8h ₁ ²	1	0
8	1	1	1	-2h ₁ ² - 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = = -14h ₁ ²	-4h ₁ ² - 8h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -28h ₁ ²	-8h ₁ ² - 16h ₁ ² - 32h ₁ ² = = -56h ₁ ²	-1	1
N ₀	-b ₂ + +16h ₁ ² · signb ₃			r ₂ [*]	4h ₁ ² × sign(b ₂ - 16h ₁ ² · signb ₃)	8h ₁ ² · signb ₃	-b ₁ - 8h ₁ ² · signb ₃ - 4h ₁ ² × × sign(b ₂ - 16h ₁ ² · signb ₃)	r ₁ [*]
1	-28h ₁ ² + 16h ₁ ² = = -12h ₁ ²			0	-4h ₁ ²	8h ₁ ²	-14h ₁ ² + 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = -2h ₁ ²	0
2	4h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -12h ₁ ²			0	-4h ₁ ²	-8h ₁ ²	2h ₁ ² + 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = -2h ₁ ²	0
3	-12h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 4h ₁ ²			1	4h ₁ ²	8h ₁ ²	6h ₁ ² - 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = -2h ₁ ²	0
4	20h ₁ ² - 16h ₁ ² = = 4h ₁ ²			1	4h ₁ ²	-8h ₁ ²	10h ₁ ² - 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = -2h ₁ ²	0
5	-20h ₁ ² + 16h ₁ ² = = -4h ₁ ²			0	-4h ₁ ²	8h ₁ ²	-10h ₁ ² + 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = 2h ₁ ²	1
6	12h ₁ ² - 16h ₁ ² = = -4h ₁ ²			0	-4h ₁ ²	-8h ₁ ²	6h ₁ ² + 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = 2h ₁ ²	1
7	-4h ₁ ² + 16h ₁ ² = = 12h ₁ ²			1	4h ₁ ²	8h ₁ ²	-2h ₁ ² - 4h ₁ ² + 8h ₁ ² = 2h ₁ ²	1
8	28h ₁ ² - 16h ₁ ² = = 12h ₁ ²			1	4h ₁ ²	-8h ₁ ²	14h ₁ ² - 4h ₁ ² - 8h ₁ ² = 2h ₁ ²	1

Із такої, суттєво редуційованої форми оптимального ППР (2) витікає, що за наявності вже трьох нерівнопотужних взаємно неортогональних ЦС спочатку треба незалежно приймати рішення r_3^* , потім, компенсуючи вплив найпотужнішого сигналу, приймати рішення r_2^* , і в останню чергу – рішення r_1^* щодо значення ДП найменш потужного сигналу.

Слід зазначити, що вихідне ППР (2) хоча і синтезоване за критерієм мінімуму ймовірності помилки в оцінці ДП будь-якого з трьох сигналів (наведений приклад (2) – для першого), тобто, належить до алгоритмів, оптимальних за одним із критеріїв Maximum Likelihood (ML), принцип послідовного усунення взаємного впливу – такий само, як і в Successive Interference Cancellation (SIC) [7; 8 та ін.].

Зміст таблиці 2 підтверджує принципову роботоспроможність редуційованого ППР (14)–(15), одержаного напівевристично, за досить грубих спрощень. Таке рішення можна пропонувати лише за виконання умов (8). Зазначимо тут, що в такому разі “прозорість” ППР (14) досягнута за рахунок нехтування аналітично складним впливом випадкових величин b_1 і b_2 на випадкову величину b_3 . Процедура компенсації впливу на величину b_2 величини b_1 також спростована на підставі тих самих умов.

Тепер розглянемо важливий для практики випадок, коли три взаємно неортогональні сигнали BPSK є довільно асинхронними за тактовими точками. Аналітична модель спостереження (1) узагальнюється до вигляду (рис. 2):

$$\begin{aligned}
 y_t = & (-1)^{r_1^{k-2}} s_1 [t \in t_{k-3} + \tau_1 + \tau_2, t_{k-2} + \tau_1 + \tau_2] + \\
 & + \sum_{j=0}^1 (-1)^{r_2^{k-2+j}} s_2 [t \in t_{k-3+j} + \tau_1, t_{k-2+j} + \tau_1] + \\
 & + \sum_{j=0}^2 (-1)^{r_3^{k-2+j}} s_3 [t \in t_{k-3+j}, t_{k-2+j}] + n(t); \\
 & r_{1,2,3} = \overline{0,1}; k = 3, 4, 5 \dots
 \end{aligned} \tag{16}$$

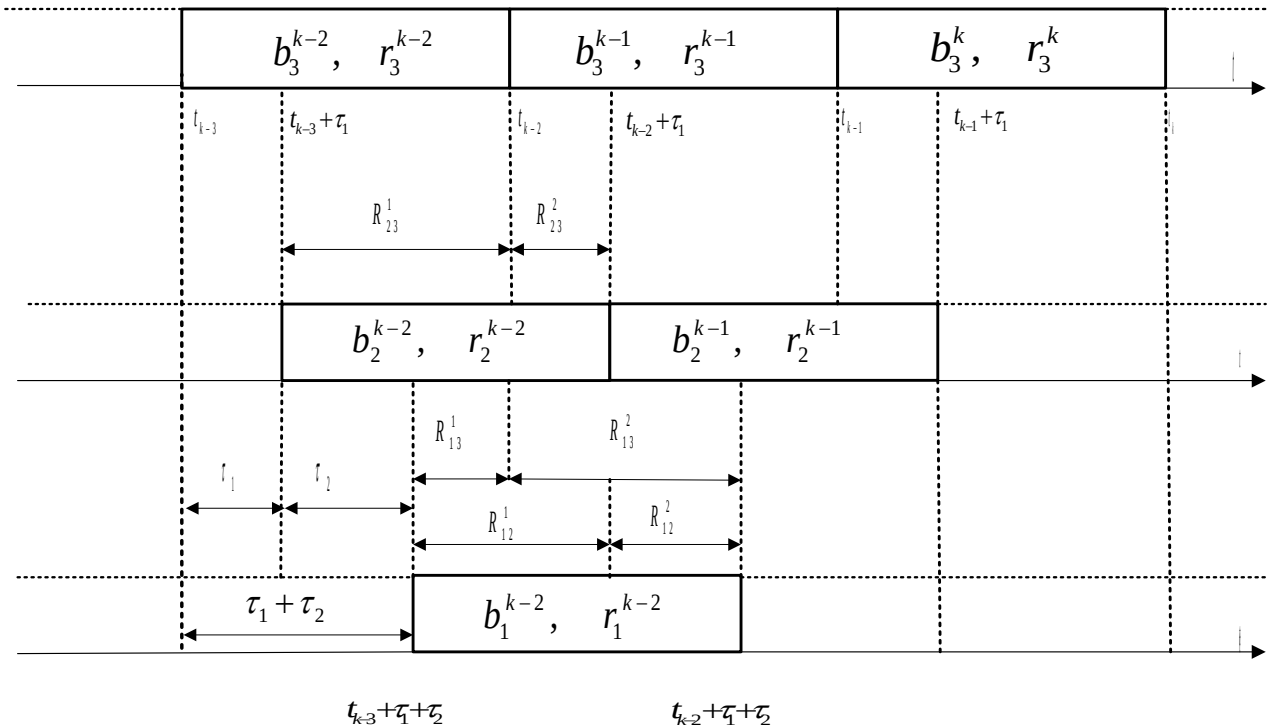


Рис. 2. Графічне представлення моделі (16) – три асинхронні сигнали BPSK

За умов (8), впливом першого найменш потужного на більш потужніші другий і третій сигнали та впливом середнього за потужністю другого сигналу на третій, як було обумовлено вище, можна знехтувати. Тоді по індукції маємо спрощені ППР для випадку взаємного асинхронізму за тактовими точками у вигляді (вважаємо R_{ij} незмінними в часі):

$$r_1^{*k-2} = \text{rect} \left\{ \begin{aligned} & -b_1^{k-2} + \text{Arth} \left[\text{th} \left(b_2^{k-2} - \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-2} \text{th} 2R_{23}^1 \right) - \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-1} \text{th} 2R_{23}^2 \right) \right) \text{th} 2R_{12}^1 \right] + \\ & + \text{Arth} \left[\text{th} \left(b_2^{k-1} - \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-1} \text{th} 2R_{23}^1 \right) - \text{Arth} \left(\text{th} b_3^k \text{th} 2R_{23}^2 \right) \right) \text{th} 2R_{12}^2 \right] + \\ & + \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-2} \text{th} 2R_{13}^1 \right) + \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-1} \text{th} 2R_{13}^2 \right) \end{aligned} \right\};$$

$$r_2^{*k-2+j} = \text{rect} \left[-b_2^{k-2+j} + \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-2+j} \text{th} 2R_{23}^1 \right) + \text{Arth} \left(\text{th} b_3^{k-1+j} \text{th} 2R_{23}^2 \right) \right], \quad j = \overline{0,1}; \quad (17)$$

$$r_3^{*k-2+j} = \text{rect} \left(-b_3^{k-2+j} \right), \quad j = \overline{0,2}.$$

Тут згідно з рисунками 3, а, 3, б:

$$b_1^{k-2} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-3}+\tau_1+\tau_2}^{t_{k-2}+\tau_1+\tau_2} y_t s_1(t) dt; \quad (18a)$$

$$b_2^{k-2+j} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-2+j}+\tau_1}^{t_{k-1+j}+\tau_1} y_t s_2(t) dt, \quad j = \overline{0,1}; \quad b_3^{k-2+j} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-2+j}}^{t_{k-1+j}} y_t s_2(t) dt, \quad j = \overline{0,2}.$$

Далі, вважаючи канал стаціонарним:

$$R_{12}^1 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-3}+\tau_1+\tau_2}^{t_{k-2}+\tau_1+\tau_2} s_1(t) s_2(t) dt, \quad R_{12}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-2}+\tau_1}^{t_{k-2}+\tau_1+\tau_2} s_1(t) s_2(t) dt;$$

$$R_{13}^1 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-3}+\tau_1+\tau_2}^{t_{k-2}} s_1(t) s_3(t) dt, \quad R_{13}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-2}}^{t_{k-2}+\tau_1+\tau_2} s_1(t) s_3(t) dt; \quad (18б)$$

$$R_{23}^1 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-3}+\tau_1}^{t_{k-2}} s_2(t) s_3(t) dt, \quad R_{23}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-2}}^{t_{k-2}+\tau_1} s_2(t) s_3(t) dt.$$

Застосовуючи наближення $\text{th}(x) \approx \text{sign}(x)$; $\text{sign}(x \geq 0) = 1$; $\text{sign}(x < 0) = -1$, приведемо ППР (17) до вигляду (див. відповідні структурні схеми на рис. 3, а, 3, б):

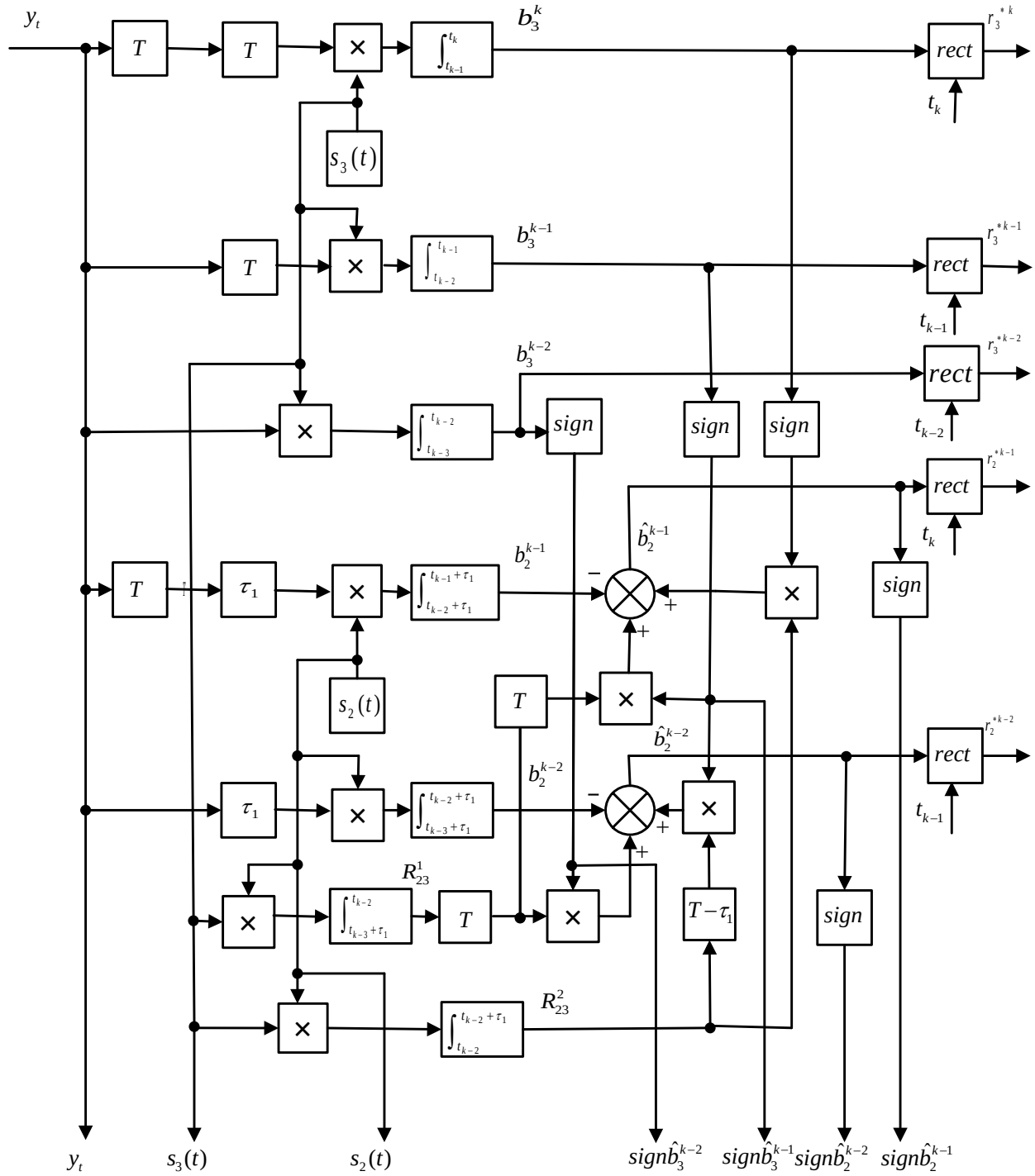


Рис. 3, а. Підоптимальний алгоритм розділення трьох асинхронних нерівнопотужних сигналів BPSK (виділення другого та третього сигналів)

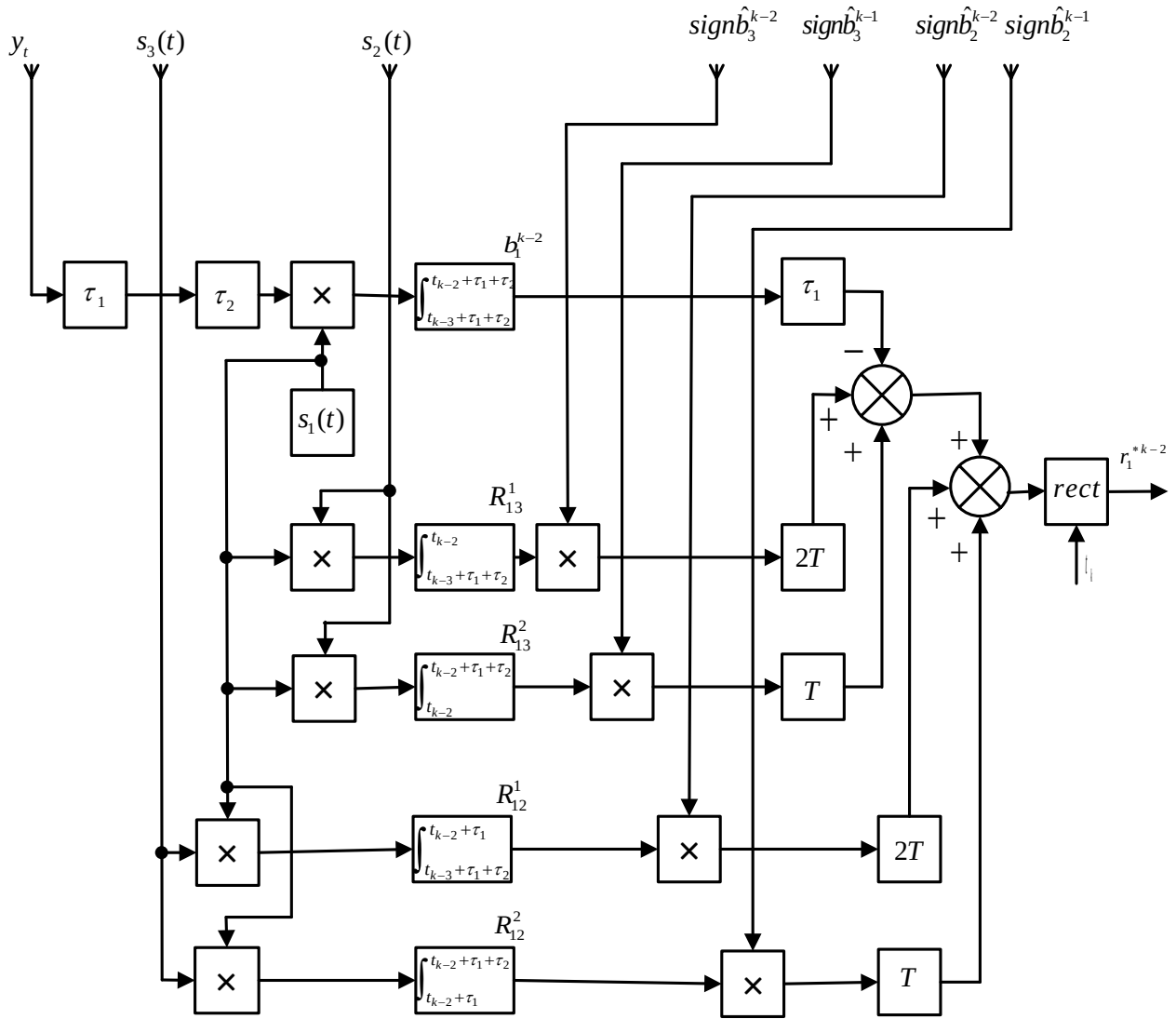


Рис. 3, б. Підоптимальний алгоритм розділення трьох асинхронних нерівнопотужних сигналів BPSK (виділення першого сигналу)

$$r_1^{*k-2} = \text{rect} \left\{ \begin{aligned} & -b_1^{k-2} + 2R_{12}^1 \text{sign} \left[b_2^{k-2} - \text{sign}(b_3^{k-2}) 2R_{23}^1 - \text{sign}(b_3^{k-1}) 2R_{23}^2 \right] + \\ & + 2R_{12}^2 \text{sign} \left[b_2^{k-1} - \text{sign}(b_3^{k-1}) 2R_{23}^1 - \text{sign}(b_3^k) 2R_{23}^2 \right] + \\ & + \text{sign}(b_3^{k-2}) 2R_{13}^1 + \text{sign}(b_3^{k-1}) 2R_{13}^2 \end{aligned} \right\};$$

$$r_2^{*k-2+j} = \text{rect} \left[-b_2^{k-2+j} + \text{sign}(b_3^{k-2+j}) 2R_{23}^1 + \text{sign}(b_3^{k-1+j}) 2R_{23}^2 \right], \quad j = \overline{0,1}; \quad (19)$$

$$r_3^{*k-2+j} = \text{rect} \left(-b_3^{k-2+j} \right), \quad j = \overline{0,2}.$$

За умови $\tau_1 = \tau_2 = 0$ з (19) у випадку взаємного тактового синхронізму для r_1^* одержуємо наведене раніше ППР (14).

Структурні схеми рисунків 3, а, 3, б потребують додаткового пояснення. Величини $b_2^{k-2}, R_{23}^1 R_{23}^2, \text{sign} b_3^{k-2}, \text{sign} b_3^{k-1}$ зберігаються до моменту прийняття рішення r_2^{*k-2} – до моменту t_{k-1} . Величини $b_2^{k-1}, R_{23}^1 R_{23}^2, \text{sign} b_3^{k-1}, \text{sign} b_3^k$ зберігаються до моменту прийняття рішення r_2^{*k-1} – до моменту t_k . Інтервали формування в часі зазначених величин визначаються виразами (18а), (18б).

2. Оцінювання завадостійкості редуційованих алгоритмів розділення-демодуляції взаємно неортогональних цифрових сигналів

Точний аналіз завадостійкості оптимальних ППР виду (2) вимагає виконання процедур потрібного інтегрування тривимірної гауссівської функції щільності ймовірності зі взаємно залежними межами інтегрування, що визначаються аргументом ППР (2). Якщо ж спостереження має вигляд (16), то процедура обчислення завадостійкості демодуляції першого ЦС навіть із залученням підоптимального ППР (17) потребує принаймні шестивимірної інтегрування, відповідно до кількості взаємно залежних випадкових величин $b_1^{k-1}, b_2^{k-1}, b_2^{k-1}, b_1^{k-2} b_3^{k-2}, b_3^{k-1} b_3^k$ (див. рис. 2). Водночас, якщо припустити, що при демодуляції найбільш потужного, третього ЦС, компенсація менш потужніших першого та другого згідно з редуційованим ППР (14) не виконується (за умови (8)) і сигнали є взаємно синхронними за тактовими точками (найгірший за завадостійкістю випадок), розрахунки ймовірності помилки $P(r_3^* \neq r_3)$ порівняно з методикою [3] радикально спрощуються:

$$P(r_3^* \neq r_3) = \frac{1}{4} \sum_{r_1=0}^1 \sum_{r_2=0}^1 \left\{ \bar{F} \left[\sqrt{2h_3^2} \left(1 + (-1)^{r_2} \rho_{23} \sqrt{\frac{h_2^2}{h_3^2}} + (-1)^{r_1} \rho_{13} \sqrt{\frac{h_1^2}{h_3^2}} \right) \right] \right\}. \quad (20a)$$

Далі, припускаючи, що за умов $h_3^2 \geq 4h_2^2 \geq 16h_1^2$ $h_1^2 \gg 1$, коли вплив найслабкішого, першого сигналу не усувається, а вплив третього, найбільш потужного, ідеально компенсується, можемо записати:

$$P(r_2^* \neq r_2) = \frac{1}{2} \sum_{r_1=0}^1 \left\{ \bar{F} \left[\sqrt{2h_2^2} \left(1 + (-1)^{r_1} \rho_{12} \sqrt{\frac{h_1^2}{h_2^2}} \right) \right] \right\}. \quad (20б)$$

У формулах (20а), (20б) доповнення до інтеграла Лапласа:

$$\bar{F}(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz.$$

Розрахунки також доводять, що тактовий асинхронізм між сигналами внаслідок так званого ефекту самокомпенсації призводить до несуттєвого зменшення ймовірності помилки в оцінці більш потужних другого і третього сигналів – менше, ніж удвічі.

Що стосується обчислень імовірностей помилки $P(r_1^* \neq r_1)$ в оцінці ДП найслабкішого сигналу, то за умови вищезазначеного припущення (8) вплив більш потужних другого і третього сигналів на перший буде ефективно компенсуватись, і можна скористатись відомими результатами [3; 12].

Результати розрахунків за формулами (20а), (20б) та залучені з [3; 12] з метою порівняння наведені в таблиці 3 і на рисунках 4 а, 4 б. Результати розрахунків, наведені в таблиці 3, виконані для типових на практиці ймовірностей помилки на рівнях 10^{-4} або 10^{-6} ,

що відповідають значенням $h_1^2 = 8,39$ дБ; $h_1^2 = 10,53$ дБ в каналі з АБГШ і без сигналів, що заважають, та для нормованих до одиниці коефіцієнтів неортогональності: $\rho \in \{0,5; 0,7; 0,9\}$.

На графіках рисунків 4 а, 4 б представлено межі потенційної і класичної кореляційної завадостійкості розділення-демодуляції двох взаємно неортогональних сигналів BPSK. На усіх графіках $l^2 = h_1^2/h_2^2$. Нижні унімодальні неперервні криві (P_1) відповідають межам потенційної завадостійкості першого сигналу, фіксованого за миттєвою потужністю ($h_1^2 = 8,39$ дБ, $h_1^2 = 10,53$ дБ; $\rho = 0,9$). Монотонні криві ($P_2^{\text{кор}}$), одержані із залученням формули (206), відповідають завадостійкості другого, змінного за потужністю сигналу, коли компенсація впливу першого не виконується. Тут наведені залежності втрат у потенційній завадостійкості ($\hat{P}_1$) внаслідок апроксимацій в аргументі ППР (4) виду $th(x)th(y) = sign(x)sign(y)$ – верхні унімодальні неперервні криві. Пунктирні криві в лівій частині рисунків характеризують втрати в завадостійкості внаслідок неточностей оцінювання величин взаємних впливів R_{12} на рівнях $\pm 1\%$; $\pm 5\%$. Характерним є те, що для досягнення приблизно однакової завадостійкості розділення-демодуляції обох сигналів відміна в їх миттєвих потужностях повинна лежати в межах 3–6 дБ, залежно від значень ρ взаємного впливу, а відмова від компенсації впливу менш потужного першого сигналу на другий, більш потужний потребує незначного збільшення цієї відміни лише на $(1 \div 1,5)$ дБ.

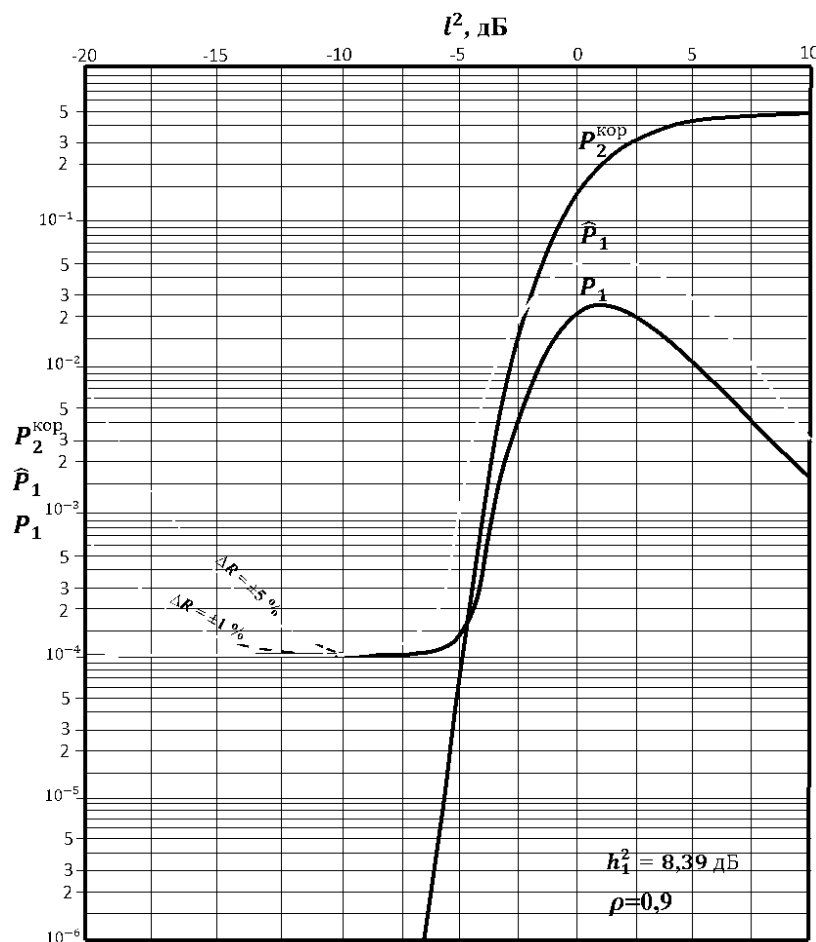


Рис. 4, а. Порівняння меж завадостійкості розділення-демодуляції двох взаємно неортогональних сигналів BPSK ($h_1^2 = 8,39$ дБ, $\rho = 0,9$)

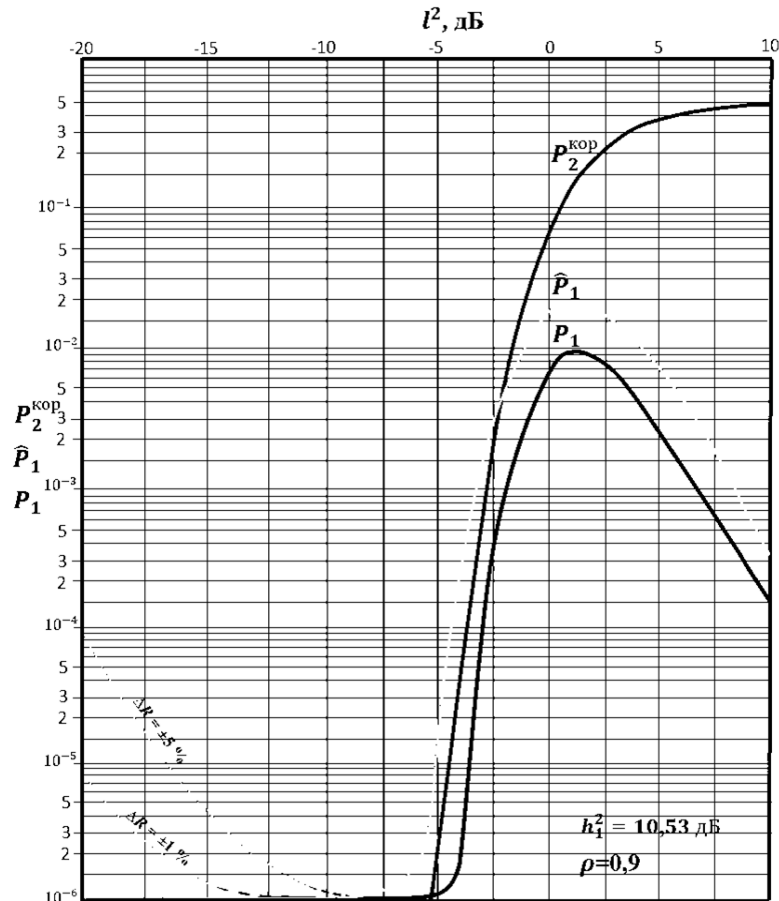


Рис. 4, б. Порівняння меж завадостійкості розділення-демодуляції двох взаємно неортогональних сигналів BPSK ($h_1^2 = 10,53$ дБ, $\rho = 0,9$)

У лівій частині таблиці 3 для випадку присутності в спостереженні двох сигналів наведено залежності завадостійкості демодуляції більш потужного сигналу без компенсації впливу першого, менш потужного ($h_1^2 = 8,39$ дБ, $h_1^2 = 10,53$ дБ; $\rho = 0,5; 0,7; 0,9$).

У правій частині таблиці 3 для випадку присутності в спостереженні трьох сигналів наведено залежності завадостійкості демодуляції більш потужного третього сигналу без компенсації впливу двох менш потужних ($h_1^2 = 8,39$ дБ, $10,53$ дБ; $h_2^2 = 14,39$ дБ, $16,53$ дБ, $\rho = 0,5; 0,7; 0,9$).

Із вищенаведених результатів розрахунків витікає, що навіть при оптимальному розділенні взаємно неортогональних сигналів BPSK необхідно забезпечувати відміни в їх миттєвих потужностях в межах 6 дБ, залежно від ступенів взаємної неортогональності (див. рис. 4, а, 4, б). Як свідчать залежності на цих рисунках, незабезпечення таких відмін в усякому разі є неприйнятним для практичних застосувань – виникає так звана зона пониженої завадостійкості [3; 12], де ефективність розділення-демодуляції взаємно неортогональних сигналів стрімко погіршується. Водночас, за умови забезпечення цих відмін впливом менш потужних сигналів на більш потужні можна нехтувати – це призведе до втрат в енергетиці на одиниці децибел. Відповідна редуція ППР, в свою чергу, суттєво спрощує вихідні оптимальні алгоритми розділення-демодуляції – спостерігається лише лінійне, а не експоненціальне ускладнення редуційованих алгоритмів обробки від кількості взаємно неортогональних сигналів, що підлягають розділенню-демодуляції.

Таблиця 3

Енергетичні витрати на кореляційне виділення сигналів
в редуційованому алгоритмі (14)

N сигн.	2 взаємно неортогональні сигнали BPSK		3 взаємно неортогональні сигнали BPSK	
ρ	$h_1^2 = 8,39 \text{ дБ}$ ($p_1^* = 10^{-4}$)	$h_1^2 = 10,53 \text{ дБ}$ ($p_1^* = 10^{-6}$)	$h_1^2 = 8,39 \text{ дБ},$ $h_2^2 = 14,39 \text{ дБ}$ ($p_1^* = p_2^* = 10^{-4}$)	$h_1^2 = 10,53 \text{ дБ},$ $h_2^2 = 16,53 \text{ дБ}$ ($p_1^* = p_2^* = 10^{-6}$)
0,5	$h_2^2 = 11,7 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_2^2 = 12,4 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 16,0 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 17,4 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)
	$h_2^2 = 13,2 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_2^2 = 13,9 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 17,0 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 18,2 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)
0,7	$h_2^2 = 12,8 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_2^2 = 13,7 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 18,0 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 19,5 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)
	$h_2^2 = 14,0 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_2^2 = 15,0 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 18,8 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 20,1 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)
0,9	$h_2^2 = 13,8 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_2^2 = 14,9 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 19,5 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)	$h_3^2 = 21,1 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-4}$)
	$h_2^2 = 15,0 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_2^2 = 16,0 \text{ дБ}$ ($p_2^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 20,1 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)	$h_3^2 = 21,7 \text{ дБ}$ ($p_3^* = 10^{-6}$)

Висновки. Роботоспроможність алгоритмів розділення-демодуляції взаємно неортогональних ЦС без суттєвих втрат у завадостійкості можна забезпечити за обов'язкової умови певних попарних відмінностей в їхніх миттєвих потужностях між будь-якими їхніми сполуками (в межах 6 дБ, залежно від ступенів неортогональності).

З метою редуції оптимальних ППР слід нехтувати впливом менш потужних ЦС на більш потужні. За такої умови експоненціальна залежність складності алгоритмів розділення-демодуляції взаємно неортогональних ЦС від їх кількості спрощується до лінійно залежної.

Алгоритмічна складність підоптимальних алгоритмів розділення-демодуляції за умов $h_i^2 \gg 1 \forall i$ може бути додатково зменшена шляхом найпростіших апроксимацій виду $\tanh x \approx \operatorname{sign} x$ в складових аргументів ППР.

Асинхронізм за тактовими точками від 3 до 6 нерівноенергетичних взаємно неортогональних сигналів, що підлягають розділенню-демодуляції, призводить до приблизно лінійно залежного ускладнення редуційованих алгоритмів в 3–5 разів – залежно від кількості таких сигналів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Verdu S. Multiuser Detection. Cambridge University, 1998. 452 p.
2. Michael L. Honig. Advanced in Multiuser Detection. Northwestern University, 2009. 492 p.
3. Єрохін В. Ф. Випадковий множинний доступ при розв'язанні конфліктів на фізичному рівні: навч. посіб. Київ: ІСЗІ НТУУ «КПІ», 2014. 296 с.
4. Єрохін В., Вакуленко О. Еволюція алгоритмів оптимального розділення двох взаємно неортогональних сигналів двійкової фазової модуляції. *Збірник наукових праць «Information Technology and Security»*. 2022. Vol. 10, Iss. 1 (18). P. 83–97.
5. Dai L., Wang B., Yuan Y., Han S., I C.-L., Wang Z. Non-orthogonal multiple access for 5G: Solutions, challenges, opportunities, and future research trends. *IEEE Commun. Mag.* Sept. 2015. Vol. 53, No. 9. P. 74–81.

6. Wang Y., Ren B., Sun S., Kang S., Yue X. Analysis of nonorthogonal multiple access for 5G. *China Communications*. 2016. Vol. 13, No Supplement 2. P. 52–66.
7. Islam S. M. R., Avazov N., Dobre O. A., Kwak K. S. Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: Potentials and challenges. *IEEE Commun. Surveys Tuts*. 2017. Vol. 19, No. 2. P. 721–742.
8. Kokilavani M., Siddharth R., Mohamed Riuz S., Parameswaran Ramesh., Ezhilarasi S., P.T.V. Bhuvaneswari. Downlink Performance Analysis of 5G PD-NOMA System. *IEEE Global Conference on Computing, Power and Communication Technologies (GlobComPT)*. India Habitat Centre, Lodhi Road, New Delhi, India, Sep. 23–25, 2022.
9. Wang Ch.-L., Chen J.-Y., Chen Y.-J. Power Allocation for a Downlink Non-Orthogonal Multiple Access System. *IEEE Wireless VOLUME XX, 2017* 2. Citation information: DOI Communications Letters. Vol. 5. No. 5. P. 532–535. DOI: 10.1109/LWC.2016.2598833.
10. Wei Zh., Ng D. W. K., Yuan J. Power-Efficient Resource Allocation for MC-NOMA with Statistical Channel State Information. *Proc. of 2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. Washington, DC, USA. Dec. 2016. P. 1–7. DOI: 10.1109/GLOCOM.2016.7842161.
11. Faeik Al R., Davaslioglu K., Gitlin R. The optimum received power levels of uplink non-orthogonal multiple access (NOMA) signals. *IEEE 18th Wireless and Microwave Technology Conference (WAMICON)*. 2017. P. 1–4.
12. Єрохін В. Ф. Демодуляція конфліктуючих цифрових сигналів. Київ: КБІУЗ – Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова АН України. 1993. 133 с.